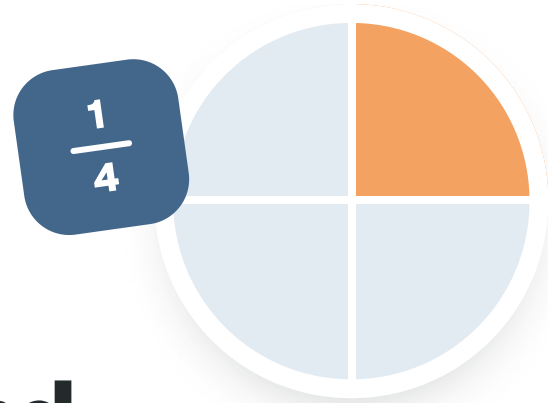




Übungsheft • Mathe • Klasse 10

Vierfeldertafel und Baumdiagramm

Erklärungen, 47 Aufgaben in drei Stufen und alle
Lösungen mit Rechenweg.

Name _____ Datum _____

Das lernst du

- Ich ordne Daten in einer Vierfeldertafel.
- Ich berechne Wahrscheinlichkeiten und Anteile in Teilgruppen.
- Ich verbinde Baumdiagramm und Tafel und kehre Bäume um.
- Ich deute Tests und prüfe Aussagen.

So arbeitest du mit dem Heft

- **Basis** zum Einstieg
- **Standard** zum Üben
- **Plus** zum Weiterdenken

Du musst nicht alles machen.
Fang bei Basis an. Die Lösungen
stehen hinten im Heft.



Noch unsicher?

Scanne den Code. Dort wird das Thema Schritt für Schritt erklärt.

dysplus.de/lernen/realschule/klasse-10/mathe/vierfeldertafel/daten-in-der-vierfeldertafel

Kurz erklärt

Merksatz: Wahrscheinlichkeit = passende Zahl : Gesamtzahl. Bei „unter der Bedingung A“ teilst du durch die Randsumme von A.

Eine Vierfeldertafel

	S	nicht S	Summe
I	50	30	80
nicht I	70	50	120
Summe	120	80	200

Wahrscheinlichkeit ablesen

- 1 $P(I) = 80 : 200 = 40 \%$.
- 2 $P(I \text{ und } S) = 50 : 200 = 25 \%$.
- 3 $P(S | I) = 50 : 80 = 62,5 \%$.

Vom Baum zur Tafel

- 1 $P(A) = 0,4$. Von 1000 Fällen sind 400 in A.
- 2 $P(B | A) = 0,05$. Dann sind 20 Fälle in A und B.
- 3 Rechne alle vier Felder aus und prüfe die Summe 1000.

Tipps: Frage bei jeder Prozentaussage: Prozent von wem? Das bestimmt den Nenner.

Typischer Fehler: $P(A | B)$ und $P(B | A)$ sind verschieden. Bei beiden steht im Nenner eine andere Gruppe.

Tafeln ausfüllen und lesen

1

Von n befragten Personen haben a das Merkmal A und b das Merkmal B. Bei „beides“ steht, wie viele beide Merkmale haben. Berechne.

- a) $n = 100$, $a = 40$, $b = 70$, beides = 30: nur A = _____, nur B = _____, keines = _____
- b) $n = 200$, $a = 80$, $b = 120$, beides = 50: nur A = _____, nur B = _____, keines = _____
- c) $n = 150$, $a = 60$, $b = 100$, beides = 30: nur A = _____, nur B = _____, keines = _____
- d) $n = 120$, $a = 45$, $b = 30$, beides = 10: nur A = _____, nur B = _____, keines = _____
- e) $n = 80$, $a = 30$, $b = 50$, beides = 20: nur A = _____, nur B = _____, keines = _____
- f) $n = 250$, $a = 100$, $b = 150$, beides = 60: nur A = _____, nur B = _____, keines = _____

2

Von x Personen mit Merkmal A haben y auch Merkmal B. Wie viele haben A, aber nicht B?

- a) $x = 60, y = 25$: _____ Personen
- b) $x = 80, y = 30$: _____ Personen
- c) $x = 45, y = 20$: _____ Personen
- d) $x = 120, y = 70$: _____ Personen
- e) $x = 50, y = 15$: _____ Personen
- f) $x = 90, y = 40$: _____ Personen

Wahrscheinlichkeiten und Baum

3 Bestimme die Wahrscheinlichkeiten in Prozent (ganze Zahlen).

- a)** $n = 100$, $a = 40$, $b = 70$, beides = 30: $P(A) =$ _____ %, $P(B) =$ _____ %, $P(A \text{ und } B) =$ _____ %
- b)** $n = 200$, $a = 80$, $b = 120$, beides = 50: $P(A) =$ _____ %, $P(B) =$ _____ %, $P(A \text{ und } B) =$ _____ %
- c)** $n = 250$, $a = 100$, $b = 150$, beides = 60: $P(A) =$ _____ %, $P(B) =$ _____ %, $P(A \text{ und } B) =$ _____ %
- d)** $n = 50$, $a = 20$, $b = 30$, beides = 10: $P(A) =$ _____ %, $P(B) =$ _____ %, $P(A \text{ und } B) =$ _____ %
- e)** $n = 400$, $a = 160$, $b = 240$, beides = 100: $P(A) =$ _____ %, $P(B) =$ _____ %, $P(A \text{ und } B) =$ _____ %
- f)** $n = 500$, $a = 200$, $b = 300$, beides = 150: $P(A) =$ _____ %, $P(B) =$ _____ %, $P(A \text{ und } B) =$ _____ %

4

Von x Personen mit Merkmal A haben y auch Merkmal B. Wie viel Prozent der Personen mit A haben auch B?

- a) $x = 40, y = 30$: $P(B \mid A) = \underline{\hspace{2cm}} \%$
- b) $x = 50, y = 20$: $P(B \mid A) = \underline{\hspace{2cm}} \%$
- c) $x = 80, y = 60$: $P(B \mid A) = \underline{\hspace{2cm}} \%$
- d) $x = 60, y = 45$: $P(B \mid A) = \underline{\hspace{2cm}} \%$
- e) $x = 200, y = 50$: $P(B \mid A) = \underline{\hspace{2cm}} \%$
- f) $x = 25, y = 5$: $P(B \mid A) = \underline{\hspace{2cm}} \%$

5

Stelle dir 1000 Fälle vor. Berechne aus dem Baum die Felder der Tafel.

- a) $P(A) = 0,3, P(B \mid A) = 0,7, P(B \mid \text{nicht } A) = 0,2$: A und B = , nicht A und B = , B insgesamt =
- b) $P(A) = 0,4, P(B \mid A) = 0,3, P(B \mid \text{nicht } A) = 0,6$: A und B = , nicht A und B = , B insgesamt =
- c) $P(A) = 0,2, P(B \mid A) = 0,9, P(B \mid \text{nicht } A) = 0,1$: A und B = , nicht A und B = , B insgesamt =
- d) $P(A) = 0,5, P(B \mid A) = 0,4, P(B \mid \text{nicht } A) = 0,2$: A und B = , nicht A und B = , B insgesamt =
- e) $P(A) = 0,25, P(B \mid A) = 0,8, P(B \mid \text{nicht } A) = 0,4$: A und B = , nicht A und B = , B insgesamt =

Umkehren, Tests, Aussagen prüfen

6

Kehre den Baum um. Wie viel Prozent der Fälle mit B gehören zu A? Runde auf ganze Prozent.

- a) B insgesamt = 350, A und B = 210: $P(A \mid B) \approx$ _____ %
- b) B insgesamt = 480, A und B = 120: $P(A \mid B) \approx$ _____ %
- c) B insgesamt = 260, A und B = 180: $P(A \mid B) \approx$ _____ %
- d) B insgesamt = 300, A und B = 200: $P(A \mid B) \approx$ _____ %
- e) B insgesamt = 500, A und B = 200: $P(A \mid B) \approx$ _____ %

7

Rechne und schreibe einen Antwortsatz.

- a) Ein Filter markiert 95 % des Spams und 4 % der normalen Mails zu Unrecht. Es gibt 10 000 Mails, 2 % davon sind Spam. Wie viele Mails werden insgesamt markiert?

Antwort:

- b) Ein Melder schlägt bei Rauch zu 98 % an und gibt ohne Rauch zu 3 % Fehlalarm. An 100 von 10 000 Tagen gibt es Rauch. Wie viele der Alarme sind Fehlalarme?

Antwort:

- c) Ein Test erkennt ein Merkmal bei 90 % der Fälle, in denen es vorliegt. Es liegt bei 1 % von 10 000 Fällen vor. Wie viele Fälle werden erkannt?

Antwort:

- d) Ein Filter markiert 5 % der normalen Mails zu Unrecht. Es gibt 2000 normale Mails. Wie viele davon werden fälschlich markiert?

Antwort:

- a) Die Wahrscheinlichkeiten $P(A \mid B)$ und $P(B \mid A)$ sind ☐ stimmt ☐ stimmt nicht
immer gleich.
-
- b) Die vier inneren Felder einer Vierfeldertafel ergeben ☐ stimmt ☐ stimmt nicht
zusammen die Gesamtzahl.
-
- c) Auf einem Pfad im Baumdiagramm werden die ☐ stimmt ☐ stimmt nicht
Wahrscheinlichkeiten addiert.
-
- d) Wenn ein Filter 95 % des Spams erkennt, sind 95 % ☐ stimmt ☐ stimmt nicht
der markierten Mails Spam.
-
- e) Verschiedene Anteile in zwei Gruppen zeigen einen ☐ stimmt ☐ stimmt nicht
Zusammenhang, aber keine Ursache.
-
- f) Bei $P(B \mid A)$ teilt man durch die Gesamtzahl aller ☐ stimmt ☐ stimmt nicht
Fälle.
-

- a) Erkläre in zwei Sätzen, warum bei seltenen Ereignissen viele Warnungen Fehlalarme sind.

Antwort:

- b) In einer Tafel mit 200 Personen haben 100 Merkmal A, 60 von ihnen auch B. Von den 100 ohne A haben 20 Merkmal B. Hängen A und B zusammen? Begründe.

Antwort:

- c) Von 1000 Personen tragen 350 einen Schirm, 210 davon bei Regen. Berechne $P(\text{Regen} \mid \text{Schirm})$ und erkläre, was es bedeutet.

Antwort:

Kannst du das schon?

Kreuze an, wie sicher du dich fühlst. Hier gibt es kein Richtig oder Falsch.

Ich kann ...	sicher	fast	noch nicht
Ich ordne Daten in einer Vierfeldertafel.	☐	☐	☐
Ich berechne Wahrscheinlichkeiten und Anteile in Teilgruppen.	☐	☐	☐
Ich verbinde Baumdiagramm und Tafel und kehre Bäume um.	☐	☐	☐
Ich deute Tests und prüfe Aussagen.	☐	☐	☐

Tipp: Bei „noch nicht“ schau dir „Kurz erklärt“ vorne im Heft noch einmal an oder scanne den Code auf dem Deckblatt. Dann probierst du die Aufgaben noch einmal.

Lösungen

Erst selbst rechnen, dann vergleichen. Bei den Rechenaufgaben steht der Rechenweg dabei.

●○○ Basis: Tafeln ausfüllen und lesen

1 Von n befragten Personen haben a das Merkmal A und b das Merkmal B. Bei „beides“ steht, wie viele beide Merkmale haben. Berechne.

- | | | |
|---|--|---|
| a) $n = 100$, $a = 40$, $b = 70$,
beides = 30: nur A = 10,
nur B = 40, keines = 20 | b) $n = 200$, $a = 80$, $b = 120$,
beides = 50: nur A = 30,
nur B = 70, keines = 50 | c) $n = 150$, $a = 60$, $b = 100$,
beides = 30: nur A = 30,
nur B = 70, keines = 20 |
| d) $n = 120$, $a = 45$, $b = 30$,
beides = 10: nur A = 35,
nur B = 20, keines = 55 | e) $n = 80$, $a = 30$, $b = 50$,
beides = 20: nur A = 10,
nur B = 30, keines = 20 | f) $n = 250$, $a = 100$, $b = 150$,
beides = 60: nur A = 40,
nur B = 90, keines = 60 |

2 Von x Personen mit Merkmal A haben y auch Merkmal B. Wie viele haben A, aber nicht B?

- | | | |
|--|---|---|
| a) $x = 60$, $y = 25$: 35
Personen | b) $x = 80$, $y = 30$: 50
Personen | c) $x = 45$, $y = 20$: 25
Personen |
| d) $x = 120$, $y = 70$: 50
Personen | e) $x = 50$, $y = 15$: 35
Personen | f) $x = 90$, $y = 40$: 50
Personen |

●●○ Standard: Wahrscheinlichkeiten und Baum

3 Bestimme die Wahrscheinlichkeiten in Prozent (ganze Zahlen).

- | | | |
|---|--|---|
| a) $n = 100$, $a = 40$, $b = 70$,
beides = 30: $P(A) = 40\%$,
$P(B) = 70\%$, $P(A \text{ und } B) =$
30 % | b) $n = 200$, $a = 80$, $b = 120$,
beides = 50: $P(A) = 40\%$,
$P(B) = 60\%$, $P(A \text{ und } B) =$
25 % | c) $n = 250$, $a = 100$, $b = 150$,
beides = 60: $P(A) = 40\%$,
$P(B) = 60\%$, $P(A \text{ und } B) =$
24 % |
| d) $n = 50$, $a = 20$, $b = 30$,
beides = 10: $P(A) = 40\%$,
$P(B) = 60\%$, $P(A \text{ und } B) =$
20 % | e) $n = 400$, $a = 160$, $b =$
240, beides = 100: $P(A) =$
40 %, $P(B) = 60\%$, $P(A$
und B) = 25 % | f) $n = 500$, $a = 200$, $b =$
300, beides = 150: $P(A) =$
40 %, $P(B) = 60\%$, $P(A$
und B) = 30 % |

4 Von x Personen mit Merkmal A haben y auch Merkmal B. Wie viel Prozent der Personen mit A haben auch B?

- | | | |
|---|--|---|
| a) $x = 40$, $y = 30$: $P(B A) =$
75 % | b) $x = 50$, $y = 20$: $P(B A) =$
40 % | c) $x = 80$, $y = 60$: $P(B A) =$
75 % |
| d) $x = 60$, $y = 45$: $P(B A) =$
75 % | e) $x = 200$, $y = 50$: $P(B A)$
= 25 % | f) $x = 25$, $y = 5$: $P(B A) =$
20 % |

5 Stelle dir 1000 Fälle vor. Berechne aus dem Baum die Felder der Tafel.

- a) $P(A) = 0,3$, $P(B | A) = 0,7$,
 $P(B | \text{nicht } A) = 0,2$: A und
B = 210, nicht A und B =
140, B insgesamt = 350
- b) $P(A) = 0,4$, $P(B | A) = 0,3$,
 $P(B | \text{nicht } A) = 0,6$: A und
B = 120, nicht A und B =
360, B insgesamt = 480
- c) $P(A) = 0,2$, $P(B | A) = 0,9$,
 $P(B | \text{nicht } A) = 0,1$: A und
B = 180, nicht A und B =
80, B insgesamt = 260
- d) $P(A) = 0,5$, $P(B | A) = 0,4$,
 $P(B | \text{nicht } A) = 0,2$: A und
B = 200, nicht A und B =
100, B insgesamt = 300
- e) $P(A) = 0,25$, $P(B | A) =$
 $0,8$, $P(B | \text{nicht } A) = 0,4$:
A und B = 200, nicht A
und B = 300, B insgesamt
= 500

● ● ● Plus: Umkehren, Tests, Aussagen prüfen

6 Kehre den Baum um. Wie viel Prozent der Fälle mit B gehören zu A? Runde auf ganze Prozent.

- a) B insgesamt = 350, A und
B = 210: $P(A | B) \approx 60 \%$
- b) B insgesamt = 480, A und
B = 120: $P(A | B) \approx 25 \%$
- c) B insgesamt = 260, A und
B = 180: $P(A | B) \approx 69 \%$
- d) B insgesamt = 300, A und
B = 200: $P(A | B) \approx 67 \%$
- e) B insgesamt = 500, A und
B = 200: $P(A | B) \approx 40 \%$

7 Rechne und schreibe einen Antwortsatz.

- a) **582**
→ Spam: 200, markiert 190.
→ Normale Mails: 9800, davon 4 % = 392
markiert.
→ Zusammen: $190 + 392 = 582$.
- b) **297**
→ Tage ohne Rauch: 9900.
→ 3 % von 9900 = 297.
- c) **90**
→ 1 % von 10 000 = 100 Fälle mit Merkmal.
→ 90 % von 100 = 90 Fälle werden erkannt.
- d) **100**
→ 5 % von 2000 = $0,05 \cdot 2000 = 100$.

8 Stimmt der Satz? Wenn nicht, schreibe die richtige Fassung auf.

- a) Stimmt nicht. Richtig: Sie haben verschiedene Nenner und sind meistens verschieden. b) Stimmt.
- c) Stimmt nicht. Richtig: Auf einem Pfad wird multipliziert. Verschiedene Pfade zum selben Ergebnis werden addiert.
- d) Stimmt nicht. Richtig: Das sind zwei verschiedene Fragen. Der Anteil unter den Markierungen kann viel kleiner sein. e) Stimmt.
- f) Stimmt nicht. Richtig: Man teilt durch die Zahl der Fälle mit A.

9 Begründe und rechne.

- a) Es gibt sehr viele Fälle ohne das Ereignis. Selbst eine kleine Fehlerquote erzeugt dort viele Fehlalarme, mehr als es echte Fälle gibt.
- Gruppe ohne Ereignis ist sehr groß.
 - Kleiner Prozentsatz davon ist trotzdem eine große Zahl.
- b) Ja. $P(B | A) = 60 \%$ und $P(B | \text{nicht } A) = 20 \%$ sind verschieden.
- $60 : 100 = 60 \%$.
 - $20 : 100 = 20 \%$.
 - Die Anteile sind verschieden.
- c) $P(\text{Regen} | \text{Schirm}) = 210 : 350 = 60 \%$. Von den Schirmträgern waren 60 % bei Regen unterwegs.
- Bedingung: Schirm.
 - Nenner 350, Zähler 210.