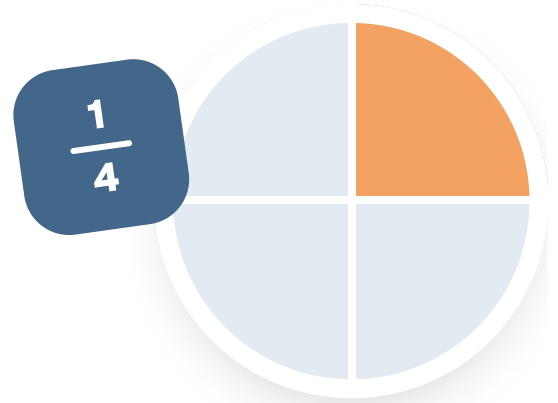




Übungsheft • Mathe • Klasse 9

Der Satz des Pythagoras

Erklärungen, 42 Aufgaben in drei Stufen und alle Lösungen mit Rechenweg.

Name _____ Datum _____

Das lernst du

- Ich benenne Katheten und Hypotenuse.
- Ich berechne Hypotenuse und Katheten.
- Ich prüfe, ob ein Dreieck rechtwinklig ist.
- Ich wende den Satz in Sachaufgaben an.

So arbeitest du mit dem Heft

- **Basis** zum Einstieg
- **Standard** zum Üben
- **Plus** zum Weiterdenken

Du musst nicht alles machen.
Fang bei Basis an. Die Lösungen stehen hinten im Heft.



Noch unsicher?

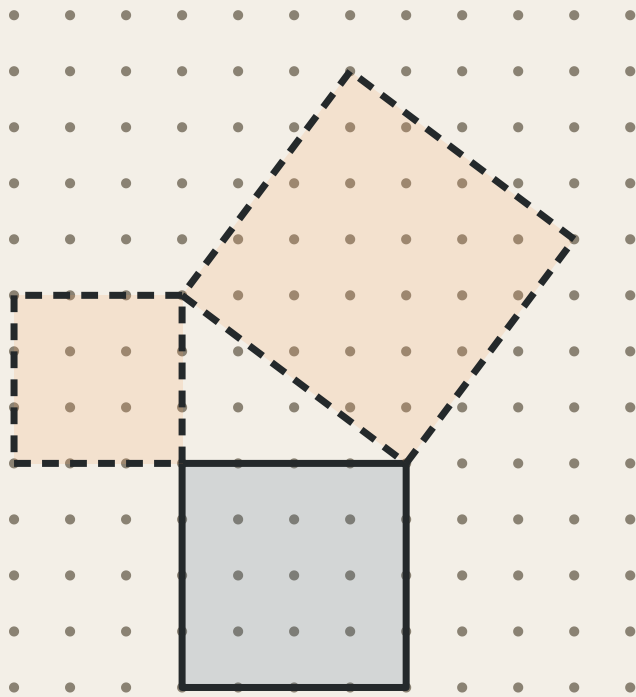
Scanne den Code. Dort wird das Thema Schritt für Schritt erklärt.

dysplus.de/lernen/realschule/klasse-9/mathe/satz-des-pythagoras/katheten-und-hypotenuse

Kurz erklärt

Merksatz: Satz des Pythagoras: In einem rechtwinkligen Dreieck gilt $a^2 + b^2 = c^2$.
Dabei ist c die Hypotenuse, die längste Seite, gegenüber dem rechten Winkel.

Die drei Quadrate



$$9 + 16 = 25$$

Hypotenuse berechnen

- 1 $a = 9, b = 12.$
- 2 $c^2 = 81 + 144 = 225.$
- 3 $c = 15.$

Kathete berechnen

- 1 $c = 13, a = 5.$
- 2 $b^2 = 169 - 25 = 144.$
- 3 $b = 12.$

Tipp: Zeichne eine Skizze und markiere den rechten Winkel. Dann siehst du, ob die Hypotenuse oder eine Kathete fehlt.

Typischer Fehler: Es gilt $a^2 + b^2 = c^2$, nicht $a + b = c$. Und bei einer fehlenden Kathete rechnest du minus: $b^2 = c^2 - a^2$.

Seiten benennen, Hypotenuse berechnen

1 Welche Seite ist die Hypotenuse? Schreibe den Namen der Seite.

- a) Dreieck ABC, rechter Winkel bei C: Hypotenuse = _____
- b) Dreieck PQR, rechter Winkel bei P: Hypotenuse = _____
- c) Dreieck XYZ, rechter Winkel bei Z: Hypotenuse = _____
- d) Dreieck KLM, rechter Winkel bei L: Hypotenuse = _____
- e) Dreieck DEF, rechter Winkel bei E: Hypotenuse = _____
- f) Dreieck GHI, rechter Winkel bei G: Hypotenuse = _____

2 Berechne $a^2 + b^2$ und c .

- a) $a = 3, b = 4$: $a^2 + b^2 =$ _____, $c =$ _____
- b) $a = 5, b = 12$: $a^2 + b^2 =$ _____, $c =$ _____
- c) $a = 6, b = 8$: $a^2 + b^2 =$ _____, $c =$ _____
- d) $a = 8, b = 15$: $a^2 + b^2 =$ _____, $c =$ _____
- e) $a = 9, b = 12$: $a^2 + b^2 =$ _____, $c =$ _____
- f) $a = 7, b = 24$: $a^2 + b^2 =$ _____, $c =$ _____

Kathete, rechtwinklig prüfen, Diagonalen

3 Berechne die fehlende Kathete.

- a) $c = 10 \text{ cm}$, $a = 6 \text{ cm}$: $b^2 = \underline{\hspace{2cm}}$, $b = \underline{\hspace{2cm}} \text{ cm}$
- b) $c = 13 \text{ cm}$, $a = 12 \text{ cm}$: $b^2 = \underline{\hspace{2cm}}$, $b = \underline{\hspace{2cm}} \text{ cm}$
- c) $c = 17 \text{ cm}$, $a = 15 \text{ cm}$: $b^2 = \underline{\hspace{2cm}}$, $b = \underline{\hspace{2cm}} \text{ cm}$
- d) $c = 25 \text{ cm}$, $a = 24 \text{ cm}$: $b^2 = \underline{\hspace{2cm}}$, $b = \underline{\hspace{2cm}} \text{ cm}$
- e) $c = 26 \text{ cm}$, $a = 24 \text{ cm}$: $b^2 = \underline{\hspace{2cm}}$, $b = \underline{\hspace{2cm}} \text{ cm}$
- f) $c = 29 \text{ cm}$, $a = 21 \text{ cm}$: $b^2 = \underline{\hspace{2cm}}$, $b = \underline{\hspace{2cm}} \text{ cm}$

4 Ist das Dreieck rechtwinklig? Rechne $a^2 + b^2$ und c^2 .

- | | |
|--|---|
| a) Seiten 20, 21, 29: $\underline{\hspace{2cm}}$ | ☐ nicht rechtwinklig ☐ rechtwinklig |
| b) Seiten 6, 7, 9: $\underline{\hspace{2cm}}$ | ☐ nicht rechtwinklig ☐ rechtwinklig |
| c) Seiten 9, 40, 41: $\underline{\hspace{2cm}}$ | ☐ rechtwinklig ☐ nicht rechtwinklig |
| d) Seiten 10, 24, 26: $\underline{\hspace{2cm}}$ | ☐ nicht rechtwinklig ☐ rechtwinklig |
| e) Seiten 4, 6, 8: $\underline{\hspace{2cm}}$ | ☐ rechtwinklig ☐ nicht rechtwinklig |

5 Berechne die Diagonale.

- a) Rechteck 24 cm × 7 cm: Diagonale = _____ cm
- b) Rechteck 15 cm × 8 cm: Diagonale = _____ cm
- c) Quadrat mit Seite 6 cm: Diagonale gerundet auf Hundertstel = _____ cm
- d) Rechteck 9 cm × 12 cm: Diagonale = _____ cm
- e) Rechteck 16 cm × 30 cm: Diagonale = _____ cm

Sachaufgaben, Fehler finden, Beweisen

6 Rechne und schreibe einen Antwortsatz.

- a) Eine Leiter ist 6,5 m lang. Ihr Fuß steht 2,5 m von der Wand entfernt. Wie hoch reicht sie?

Antwort:

- b) Ein Feld ist 120 m lang und 50 m breit. Wie viele Meter spart man, wenn man quer über das Feld geht statt am Rand entlang?

Antwort:

- c) Die Punkte A(1|2) und B(7|10) liegen im Koordinatensystem. Wie groß ist der Abstand AB?

Antwort:

- d)** Ein Mast ist 12 m hoch. Ein Seil von 13 m Länge reicht von der Spitze bis zum Boden. Wie weit steht der Befestigungspunkt vom Mast entfernt?

Antwort:

- e)** Ein Quader hat die Kantenlängen 2 cm, 3 cm und 6 cm. Wie lang ist seine Raumdiagonale?

Antwort:

7 Stimmt der Satz? Wenn nicht, schreibe die richtige Fassung auf.

a) Der Satz des Pythagoras gilt in jedem Dreieck. ☐ stimmt ☐ stimmt nicht

b) Die Hypotenuse ist die längste Seite. ☐ stimmt ☐ stimmt nicht

c) In einem rechtwinkligen Dreieck gilt $a + b = c$. ☐ stimmt ☐ stimmt nicht

d) Für eine fehlende Kathete rechnest du $c^2 - a^2$. ☐ stimmt ☐ stimmt nicht

e) Die Hypotenuse liegt am rechten Winkel. ☐ stimmt ☐ stimmt nicht

f) Die Seiten 8, 15 und 17 gehören zu einem rechtwinkligen Dreieck. ☐ stimmt ☐ stimmt nicht

8 Beweise und erkläre.

a) Zeige mit Zahlen: Das Dreieck mit den Seiten 20, 99 und 101 ist rechtwinklig.

Antwort:

- b)** Erkläre in zwei Sätzen, warum bei der Raumdiagonale zwei Schritte nötig sind.

Antwort:

- c)** Ein Dreieck hat die Seiten 5 cm, 5 cm und 8 cm. Hat es einen rechten Winkel?
Begründe mit einer Rechnung.

Antwort:

Kannst du das schon?

Kreuze an, wie sicher du dich fühlst. Hier gibt es kein Richtig oder Falsch.

Ich kann ...	sicher	fast	noch nicht
Ich benenne Katheten und Hypotenuse.	☐	☐	☐
Ich berechne Hypotenuse und Katheten.	☐	☐	☐
Ich prüfe, ob ein Dreieck rechtwinklig ist.	☐	☐	☐
Ich wende den Satz in Sachaufgaben an.	☐	☐	☐

Tipp: Bei „noch nicht“ schau dir „Kurz erklärt“ vorne im Heft noch einmal an oder scanne den Code auf dem Deckblatt. Dann probierst du die Aufgaben noch einmal.

Lösungen

Erst selbst rechnen, dann vergleichen. Bei den Rechenaufgaben steht der Rechenweg dabei.

●○○ Basis: Seiten benennen, Hypotenuse berechnen

1 Welche Seite ist die Hypotenuse? Schreibe den Namen der Seite.

- | | | |
|--|--|--|
| a) Dreieck ABC, rechter Winkel bei C: Hypotenuse = AB | b) Dreieck PQR, rechter Winkel bei P: Hypotenuse = QR | c) Dreieck XYZ, rechter Winkel bei Z: Hypotenuse = XY |
| d) Dreieck KLM, rechter Winkel bei L: Hypotenuse = KM | e) Dreieck DEF, rechter Winkel bei E: Hypotenuse = DF | f) Dreieck GHI, rechter Winkel bei G: Hypotenuse = HI |

2 Berechne $a^2 + b^2$ und c .

- | | | |
|---|---|---|
| a) $a = 3, b = 4: a^2 + b^2 = 25, c = 5$ | b) $a = 5, b = 12: a^2 + b^2 = 169, c = 13$ | c) $a = 6, b = 8: a^2 + b^2 = 100, c = 10$ |
| d) $a = 8, b = 15: a^2 + b^2 = 289, c = 17$ | e) $a = 9, b = 12: a^2 + b^2 = 225, c = 15$ | f) $a = 7, b = 24: a^2 + b^2 = 625, c = 25$ |

●●○ Standard: Kathete, rechtwinklig prüfen, Diagonalen

3 Berechne die fehlende Kathete.

- | | | |
|---|---|---|
| a) $c = 10 \text{ cm}, a = 6 \text{ cm}: b^2 = 64, b = 8 \text{ cm}$ | b) $c = 13 \text{ cm}, a = 12 \text{ cm}: b^2 = 25, b = 5 \text{ cm}$ | c) $c = 17 \text{ cm}, a = 15 \text{ cm}: b^2 = 64, b = 8 \text{ cm}$ |
| d) $c = 25 \text{ cm}, a = 24 \text{ cm}: b^2 = 49, b = 7 \text{ cm}$ | e) $c = 26 \text{ cm}, a = 24 \text{ cm}: b^2 = 100, b = 10 \text{ cm}$ | f) $c = 29 \text{ cm}, a = 21 \text{ cm}: b^2 = 400, b = 20 \text{ cm}$ |

4 Ist das Dreieck rechtwinklig? Rechne $a^2 + b^2$ und c^2 .

- | | |
|---|---|
| a) rechtwinklig
→ $20^2 + 21^2 = 841$ und $29^2 = 841$ | b) nicht rechtwinklig
→ $6^2 + 7^2 = 85$ und $9^2 = 81$ |
| c) rechtwinklig
→ $9^2 + 40^2 = 1681$ und $41^2 = 1681$ | d) rechtwinklig
→ $10^2 + 24^2 = 676$ und $26^2 = 676$ |
| e) nicht rechtwinklig
→ $4^2 + 6^2 = 52$ und $8^2 = 64$ | |

5 Berechne die Diagonale.

- a) Rechteck 24 cm × 7 cm:
Diagonale = 25 cm
- b) Rechteck 15 cm × 8 cm:
Diagonale = 17 cm
- c) Quadrat mit Seite 6 cm:
Diagonale gerundet auf
Hundertstel = 8,49 cm
- d) Rechteck 9 cm × 12 cm:
Diagonale = 15 cm
- e) Rechteck 16 cm × 30 cm:
Diagonale = 34 cm

●●● Plus: Sachaufgaben, Fehler finden, Beweisen

6 Rechne und schreibe einen Antwortsatz.

- a) Die Leiter reicht 6 m hoch.
→ $h^2 = 6,5^2 - 2,5^2 = 42,25 - 6,25 = 36$.
→ $h = \sqrt{36} = 6$.
→ Probe: 6 m ist kürzer als 6,5 m.
- b) Quer sind es 130 m, am Rand 170 m. Man spart 40 m.
→ $d^2 = 120^2 + 50^2 = 14\,400 + 2\,500 = 16\,900$.
→ $d = \sqrt{16\,900} = 130$ m.
→ Am Rand: $120 + 50 = 170$ m. Ersparnis: $170 - 130 = 40$ m.
- c) 10
→ Waagrecht: $7 - 1 = 6$. Senkrecht: $10 - 2 = 8$.
→ $d^2 = 36 + 64 = 100$.
→ $d = 10$.
- d) Der Befestigungspunkt ist 5 m vom Mast entfernt.
→ $b^2 = 13^2 - 12^2 = 169 - 144 = 25$.
→ $b = \sqrt{25} = 5$ m.
→ Probe: 5 m ist kürzer als 13 m.
- e) Die Raumdiagonale ist 7 cm lang.
→ Diagonale der Grundfläche: $e^2 = 2^2 + 3^2 = 4 + 9 = 13$.
→ Raumdiagonale: $d^2 = e^2 + 6^2 = 13 + 36 = 49$.
→ $d = 7$ cm.

7 Stimmt der Satz? Wenn nicht, schreibe die richtige Fassung auf.

- a) Stimmt nicht. Richtig: Er gilt nur im rechtwinkligen Dreieck.
- b) Stimmt.
- c) Stimmt nicht. Richtig: Es gilt $a^2 + b^2 = c^2$.
- d) Stimmt.
- e) Stimmt nicht. Richtig: Die Hypotenuse liegt dem rechten Winkel gegenüber.
- f) Stimmt.

8 Beweise und erkläre.

a) $20^2 + 99^2 = 400 + 9801 = 10\ 201 = 101^2$

→ $400 + 9801 = 10\ 201$.

→ $101^2 = 10\ 201$.

→ Beide Werte sind gleich.

c) **Nein. $5^2 + 5^2 = 50$, aber $8^2 = 64$. Die Werte sind verschieden.**

→ Längste Seite: 8 cm.

→ $5^2 + 5^2 = 50$ und $8^2 = 64$.

→ $50 \neq 64$, also kein rechter Winkel.

b) **Die Raumdiagonale ist die Hypotenuse eines Dreiecks, dessen eine Kathete die Flächendiagonale der Grundfläche ist. Die Flächendiagonale muss man zuerst berechnen.**

→ Erst die Diagonale der Grundfläche.

→ Dann die Raumdiagonale aus Flächendiagonale und Höhe.