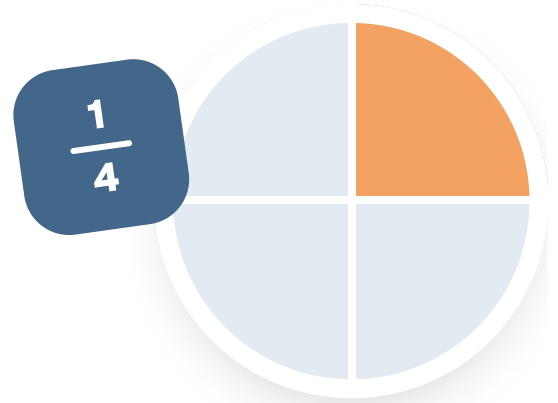




Übungsheft • Mathe • Klasse 9

Quadratische Gleichungen

Erklärungen, 48 Aufgaben in drei Stufen und alle Lösungen mit Rechenweg.

Name _____ Datum _____

Das lernst du

- Ich löse rein quadratische Gleichungen.
- Ich nutze Ausklammern und die p-q-Formel.
- Ich bestimme die Anzahl der Lösungen.
- Ich berechne Nullstellen.

So arbeitest du mit dem Heft

- **Basis** zum Einstieg
- **Standard** zum Üben
- **Plus** zum Weiterdenken

Du musst nicht alles machen.
Fang bei Basis an. Die Lösungen stehen hinten im Heft.



Noch unsicher?

Scanne den Code. Dort wird das Thema Schritt für Schritt erklärt.

dysplus.de/lernen/realschule/klasse-9/mathe/quadratische-gleichungen/rein-quadratische-gleichungen

Kurz erklärt

Merksatz: Fehlt das einzelne x: Wurzel ziehen. Fehlt die reine Zahl: Ausklammern und Nullprodukt. Alles da: p-q-Formel mit $x = -p/2 \pm \sqrt{(p/2)^2 - q}$.

Rein quadratisch

1 $2x^2 - 50 = 0 \mid + 50$

2 $2x^2 = 50 \mid : 2$

3 $x^2 = 25$

4 $x = 5$ oder $x = -5$

Ausklammern

1 $x^2 - 5x = 0$

2 $x(x - 5) = 0$

3 $x = 0$ oder $x = 5$

p-q-Formel

1 $x^2 - 4x - 12 = 0$, $p = -4$, $q = -12$

2 $x = 2 \pm \sqrt{4 + 12} = 2 \pm 4$

3 $x = 6$ oder $x = -2$

Anzahl der Lösungen

$(p/2)^2 - q$	Anzahl
größer als 0	zwei
gleich 0	eine
kleiner als 0	keine

Tipp: Schreibe p und q immer mit Vorzeichen auf und mache am Ende die Probe.

Typischer Fehler: Wer $x^2 = 5x$ durch x teilt, verliert die Lösung $x = 0$. Klammere stattdessen aus.

Rein quadratisch, Ausklammern, Anzahl

1 Löse die Gleichung: $x = \underline{\hspace{2cm}}$ oder $x = \underline{\hspace{2cm}}$ (zuerst die positive Lösung).

a) $x^2 = 36$: $x = \underline{\hspace{2cm}}$ oder $x = \underline{\hspace{2cm}}$

b) $x^2 - 25 = 0$: $x = \underline{\hspace{2cm}}$ oder $x = \underline{\hspace{2cm}}$

c) $2x^2 = 32$: $x = \underline{\hspace{2cm}}$ oder $x = \underline{\hspace{2cm}}$

d) $3x^2 - 48 = 0$: $x = \underline{\hspace{2cm}}$ oder $x = \underline{\hspace{2cm}}$

e) $5x^2 = 20$: $x = \underline{\hspace{2cm}}$ oder $x = \underline{\hspace{2cm}}$

2 Klammere aus und löse die Gleichung.

a) $x^2 - 8x = 0$. Ausgeklammert: $x(x - \underline{\hspace{2cm}}) = 0$, also $x = 0$ oder $x = \underline{\hspace{2cm}}$

b) $x^2 + 5x = 0$. Ausgeklammert: $x(x + \underline{\hspace{2cm}}) = 0$, also $x = 0$ oder $x = \underline{\hspace{2cm}}$

c) $2x^2 - 6x = 0$. Ausgeklammert: $2x(x - \underline{\hspace{2cm}}) = 0$, also $x = 0$ oder $x = \underline{\hspace{2cm}}$

d) $x^2 + 9x = 0$. Ausgeklammert: $x(x + \underline{\hspace{2cm}}) = 0$, also $x = 0$ oder $x = \underline{\hspace{2cm}}$

e) $(x - 4)(x + 2) = 0$. $x = \underline{\hspace{2cm}}$ oder $x = \underline{\hspace{2cm}}$ (zuerst die größere).

3 Wie viele Lösungen hat die Gleichung?

a) $x^2 = 16$ hat _____ Lösungen.

☐ eine ☐ zwei ☐ keine

b) $x^2 = -16$ hat _____ Lösungen.

☐ keine ☐ eine ☐ zwei

c) $x^2 = 0$ hat _____ Lösung.

☐ eine ☐ zwei ☐ keine

d) $x^2 + 1 = 0$ hat _____ Lösungen.

☐ eine ☐ zwei ☐ keine

e) $2x^2 = 18$ hat _____ Lösungen.

☐ eine ☐ zwei ☐ keine

Quadratische Ergänzung, p-q-Formel, Nullstellen

4 Ergänze quadratisch. Fülle die Lücken aus.

a) $x^2 + 6x + 5 = 0$ wird zu $(x + \underline{\hspace{2cm}})^2 = \underline{\hspace{2cm}}$

b) $x^2 - 4x - 5 = 0$ wird zu $(x - \underline{\hspace{2cm}})^2 = \underline{\hspace{2cm}}$

c) $x^2 + 8x + 7 = 0$ wird zu $(x + \underline{\hspace{2cm}})^2 = \underline{\hspace{2cm}}$

d) $x^2 + 2x - 3 = 0$ wird zu $(x + \underline{\hspace{2cm}})^2 = \underline{\hspace{2cm}}$

e) $x^2 - 2x - 3 = 0$ wird zu $(x - \underline{\hspace{2cm}})^2 = \underline{\hspace{2cm}}$

5 Löse mit der p-q-Formel. Gib p, q und die Lösungen an (zuerst die größere).

a) $x^2 - 4x - 12 = 0$: $p = \underline{\hspace{2cm}}$, $q = \underline{\hspace{2cm}}$, $x = \underline{\hspace{2cm}}$ oder $x = \underline{\hspace{2cm}}$

b) $x^2 + 6x + 5 = 0$: $p = \underline{\hspace{2cm}}$, $q = \underline{\hspace{2cm}}$, $x = \underline{\hspace{2cm}}$ oder $x = \underline{\hspace{2cm}}$

c) $x^2 - 5x + 6 = 0$: $p = \underline{\hspace{2cm}}$, $q = \underline{\hspace{2cm}}$, $x = \underline{\hspace{2cm}}$ oder $x = \underline{\hspace{2cm}}$

d) $x^2 + 2x - 15 = 0$: $p = \underline{\hspace{2cm}}$, $q = \underline{\hspace{2cm}}$, $x = \underline{\hspace{2cm}}$ oder $x = \underline{\hspace{2cm}}$

e) $x^2 - x - 12 = 0$: $p = \underline{\hspace{2cm}}$, $q = \underline{\hspace{2cm}}$, $x = \underline{\hspace{2cm}}$ oder $x = \underline{\hspace{2cm}}$

6 Berechne $(p/2)^2 - q$ und gib die Anzahl der Lösungen an.

a) $x^2 + 4x + 3 = 0$: $(p/2)^2 - q =$ _____, Anzahl der Lösungen: _____

b) $x^2 + 4x + 4 = 0$: $(p/2)^2 - q =$ _____, Anzahl der Lösungen: _____

c) $x^2 + 4x + 5 = 0$: $(p/2)^2 - q =$ _____, Anzahl der Lösungen: _____

d) $x^2 - 2x - 8 = 0$: $(p/2)^2 - q =$ _____, Anzahl der Lösungen: _____

e) $x^2 + 6x + 9 = 0$: $(p/2)^2 - q =$ _____, Anzahl der Lösungen: _____

7 Berechne die Nullstellen (zuerst die größere): $x = \underline{\hspace{1cm}}$ oder $x = \underline{\hspace{1cm}}$.

a) $y = x^2 - 9$: $x =$ _____ oder $x =$ _____

b) $y = x^2 - 2x - 3$: $x =$ _____ oder $x =$ _____

c) $y = x^2 + 6x + 8$: $x =$ _____ oder $x =$ _____

d) $y = x^2 - 6x + 5$: $x =$ _____ oder $x =$ _____

e) $y = x^2 + 2x - 15$: $x =$ _____ oder $x =$ _____

Stimmt der Satz? Wenn nicht, schreibe ihn richtig auf.

- a) Die Gleichung $x^2 = -9$ hat die Lösungen 3 und -3 . ☐ stimmt ☐ stimmt nicht
-

- b) Die Gleichung $x^2 - 5x = 0$ hat die Lösungen 0 und 5. ☐ stimmt ☐ stimmt nicht
-

- c) Aus $x^2 = 7x$ folgt durch Teilen durch x die Lösungsmenge $L = \{7\}$. ☐ stimmt ☐ stimmt nicht
-

- d) Die Gleichung $x^2 + 2x + 5 = 0$ hat keine Lösung. ☐ stimmt ☐ stimmt nicht
-

Verfahren wählen und Sachaufgaben

9 Welches Verfahren passt am besten?

- a) $x^2 - 81 = 0$ löst du am besten ☐ Ausklammern ☐ p-q-Formel ☐ Wurzel ziehen
durch _____.
- b) $x^2 + 5x = 0$ löst du am besten ☐ Wurzel ziehen ☐ Ausklammern ☐ p-q-Formel
durch _____.
- c) $x^2 + x - 12 = 0$ löst du am ☐ Wurzel ziehen ☐ Ausklammern ☐ p-q-Formel
besten durch _____.
- d) $(x - 2)^2 = 25$ löst du am ☐ Ausklammern ☐ p-q-Formel ☐ Wurzel ziehen
besten durch _____.
- e) $x^2 - 8x = 0$ löst du am besten ☐ Wurzel ziehen ☐ Ausklammern ☐ p-q-Formel
durch _____.

10 Rechne und schreibe einen Antwortsatz.

- a) Ein Rechteck ist 2 m länger als breit und hat die Fläche 48 m^2 . Stelle die Gleichung auf und berechne die Seiten.

Antwort:

- b)** Das Quadrat einer Zahl ist um 12 größer als ihr Vierfaches. Welche Zahlen passen?

Antwort:

- c)** Ein quadratisches Feld hat die Fläche 144 m^2 . Wie lang ist sein Zaun rundherum?

Antwort:

- d)** Die Höhe eines Balls ist $h = -x^2 + 6x$ (x und h in Metern). Der Abwurf ist bei $x = 0$. Wo landet er wieder am Boden ($h = 0$)?

Antwort:

Kannst du das schon?

Kreuze an, wie sicher du dich fühlst. Hier gibt es kein Richtig oder Falsch.

Ich kann ...	sicher	fast	noch nicht
Ich löse rein quadratische Gleichungen.	☐	☐	☐
Ich nutze Ausklammern und die p-q-Formel.	☐	☐	☐
Ich bestimme die Anzahl der Lösungen.	☐	☐	☐
Ich berechne Nullstellen.	☐	☐	☐

Tipp: Bei „noch nicht“ schau dir „Kurz erklärt“ vorne im Heft noch einmal an oder scanne den Code auf dem Deckblatt. Dann probierst du die Aufgaben noch einmal.

Lösungen

Erst selbst rechnen, dann vergleichen. Bei den Rechenaufgaben steht der Rechenweg dabei.

●○○ Basis: Rein quadratisch, Ausklammern, Anzahl

1 Löse die Gleichung: $x = \underline{\quad}$ oder $x = \underline{\quad}$ (zuerst die positive Lösung).

- a) $x^2 = 36$: $x = 6$ oder $x = -6$ b) $x^2 - 25 = 0$: $x = 5$ oder $x = -5$ c) $2x^2 = 32$: $x = 4$ oder $x = -4$
- d) $3x^2 - 48 = 0$: $x = 4$ oder $x = -4$ e) $5x^2 = 20$: $x = 2$ oder $x = -2$

2 Klammere aus und löse die Gleichung.

- a) $x^2 - 8x = 0$.
Ausgeklammert: $x(x - 8) = 0$, also $x = 0$ oder $x = 8$
- b) $x^2 + 5x = 0$.
Ausgeklammert: $x(x + 5) = 0$, also $x = 0$ oder $x = -5$
- c) $2x^2 - 6x = 0$.
Ausgeklammert: $2x(x - 3) = 0$, also $x = 0$ oder $x = 3$
- d) $x^2 + 9x = 0$.
Ausgeklammert: $x(x + 9) = 0$, also $x = 0$ oder $x = -9$
- e) $(x - 4)(x + 2) = 0$. $x = 4$ oder $x = -2$ (zuerst die größere).

3 Wie viele Lösungen hat die Gleichung?

- a) **zwei**
→ 4 und -4.
- b) **keine**
→ Ein Quadrat ist nie negativ.
- c) **eine**
→ Nur $x = 0$.
- d) **keine**
→ $x^2 = -1$ ist unmöglich.
- e) **zwei**
→ $x^2 = 9$, also 3 und -3.

●●○ Standard: Quadratische Ergänzung, p-q-Formel, Nullstellen

4 Ergänze quadratisch. Fülle die Lücken aus.

- a) $x^2 + 6x + 5 = 0$ wird zu $(x + 3)^2 = 4$ b) $x^2 - 4x - 5 = 0$ wird zu $(x - 2)^2 = 9$ c) $x^2 + 8x + 7 = 0$ wird zu $(x + 4)^2 = 9$
- d) $x^2 + 2x - 3 = 0$ wird zu $(x + 1)^2 = 4$ e) $x^2 - 2x - 3 = 0$ wird zu $(x - 1)^2 = 4$

5 Löse mit der p-q-Formel. Gib p, q und die Lösungen an (zuerst die größere).

- a) $x^2 - 4x - 12 = 0$: $p = -4$, $q = -12$, $x = 6$ oder $x = -2$
- b) $x^2 + 6x + 5 = 0$: $p = 6$, $q = 5$, $x = -1$ oder $x = -5$
- c) $x^2 - 5x + 6 = 0$: $p = -5$, $q = 6$, $x = 3$ oder $x = 2$
- d) $x^2 + 2x - 15 = 0$: $p = 2$, $q = -15$, $x = 3$ oder $x = -5$
- e) $x^2 - x - 12 = 0$: $p = -1$, $q = -12$, $x = 4$ oder $x = -3$

6 Berechne $(p/2)^2 - q$ und gib die Anzahl der Lösungen an.

- a) $x^2 + 4x + 3 = 0$: $(p/2)^2 - q = 1$, Anzahl der Lösungen: 2
- b) $x^2 + 4x + 4 = 0$: $(p/2)^2 - q = 0$, Anzahl der Lösungen: 1
- c) $x^2 + 4x + 5 = 0$: $(p/2)^2 - q = -1$, Anzahl der Lösungen: 0
- d) $x^2 - 2x - 8 = 0$: $(p/2)^2 - q = 9$, Anzahl der Lösungen: 2
- e) $x^2 + 6x + 9 = 0$: $(p/2)^2 - q = 0$, Anzahl der Lösungen: 1

7 Berechne die Nullstellen (zuerst die größere): $x = \underline{\hspace{1cm}}$ oder $x = \underline{\hspace{1cm}}$.

- a) $y = x^2 - 9$: $x = 3$ oder $x = -3$
- b) $y = x^2 - 2x - 3$: $x = 3$ oder $x = -1$
- c) $y = x^2 + 6x + 8$: $x = -2$ oder $x = -4$
- d) $y = x^2 - 6x + 5$: $x = 5$ oder $x = 1$
- e) $y = x^2 + 2x - 15$: $x = 3$ oder $x = -5$

8 Stimmt der Satz? Wenn nicht, schreibe ihn richtig auf.

- a) Stimmt nicht. Richtig: Sie hat keine Lösung, denn ein Quadrat ist nie negativ.
- b) Stimmt.
- c) Stimmt nicht. Richtig: $L = \{0; 7\}$. Beim Teilen geht $x = 0$ verloren.
- d) Stimmt.

● ● ● Plus: Verfahren wählen und Sachaufgaben

9 Welches Verfahren passt am besten?

- a) **Wurzel ziehen**
→ Es kommt kein einzelnes x vor.
- b) **Ausklammern**
→ Es fehlt die reine Zahl.
- c) **p-q-Formel**
→ x^2 , x und die Zahl sind da.
- d) **Wurzel ziehen**
→ Das Quadrat steht schon in der Klammer.
- e) **Ausklammern**
→ Es fehlt die reine Zahl.

10 Rechne und schreibe einen Antwortsatz.

a) 6 m breit, 8 m lang

→ Breite x , Länge $x + 2$. $x(x + 2) = 48$, also $x^2 + 2x - 48 = 0$.

→ $p = 2$, $q = -48$. $x = -1 \pm 7$, also $x = 6$ oder $x = -8$.

→ Eine Breite von -8 m gibt es nicht. Breite 6 m, Länge 8 m. Probe: $6 \cdot 8 = 48$.

c) 48 m

→ $x^2 = 144$, also $x = 12$ oder $x = -12$. Eine Länge ist positiv: $x = 12$.

→ Umfang: $4 \cdot 12 = 48$ m.

b) 6 und -2

→ Gleichung: $x^2 = 4x + 12$, also $x^2 - 4x - 12 = 0$.

→ $p = -4$, $q = -12$. $x = 2 \pm 4$, also $x = 6$ oder $x = -2$.

→ Probe: $36 = 24 + 12$ und $4 = -8 + 12$. Beide Zahlen passen.

d) 6 m vom Abwurf entfernt

→ $-x^2 + 6x = 0$, ausgeklammert: $x(-x + 6) = 0$.

→ $x = 0$ (Abwurf) oder $x = 6$.

→ Er landet nach 6 m.