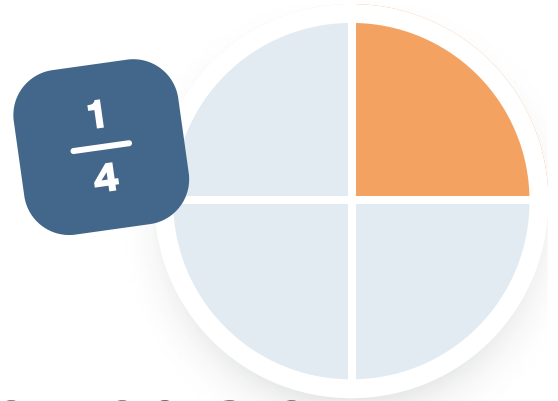




Übungsheft • Mathe • Klasse 10

Exponentialgleichungen und Logarithmus

Erklärungen, 42 Aufgaben in drei Stufen und alle
Lösungen mit Rechenweg.

Name _____ Datum _____

Das lernst du

- Ich löse Exponentialgleichungen durch Probieren.
- Ich berechne Logarithmen.
- Ich löse $b^x = c$ mit dem Logarithmus.
- Ich schreibe Wurzeln als Potenzen.

So arbeitest du mit dem Heft

- **Basis** zum Einstieg
- **Standard** zum Üben
- **Plus** zum Weiterdenken

Du musst nicht alles machen.
Fang bei Basis an. Die Lösungen
stehen hinten im Heft.



Noch unsicher?

Scanne den Code. Dort wird das Thema Schritt für Schritt erklärt.

[dysplus.de/lernen/realschule/klasse-10/mathe/logarithmus-und-exponentialgleichungen/
durch-probieren-loesen](https://dysplus.de/lernen/realschule/klasse-10/mathe/logarithmus-und-exponentialgleichungen/durch-probieren-loesen)

Kurz erklärt

Merksatz: $\log_b(c) = x$ bedeutet $b^x = c$. Der Logarithmus ist der Exponent. Mit dem Taschenrechner: $\log_b(c) = \log(c) : \log(b)$.

Potenz und Logarithmus

Potenz	Logarithmus
$2^5 = 32$	$\log_2(32) = 5$
$10^{-2} = 0,01$	$\log_{10}(0,01) = -2$
$5^0 = 1$	$\log_5(1) = 0$

Exponentialgleichung lösen

- 1 $5 \cdot 2^x = 160$
- 2 Durch 5 teilen: $2^x = 32$
- 3 $x = \log(32) : \log(2) = 5$
- 4 Probe: $5 \cdot 32 = 160$

Wurzel als Potenz

- 1 $27^{\left(\frac{1}{3}\right)}$ ist die dritte Wurzel von 27.
- 2 $3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$.
- 3 $27^{\left(\frac{1}{3}\right)} = 3$

Tipp: Bei Zeitfragen rundest du so, dass das Ziel erreicht ist, und prüfst mit den beiden Nachbarwerten.

Typischer Fehler: $\log_2(8)$ ist nicht $8 : 2$. Der Logarithmus ist der Exponent: $\log_2(8) = 3$. Und $9^{\frac{1}{2}}$ ist 3, nicht 4,5.

Probieren und einfache Logarithmen

1 Löse durch Probieren.

a) $2^x = 16$: $x =$ _____

b) $3^x = 27$: $x =$ _____

c) $5^x = 25$: $x =$ _____

d) $2^x = 128$: $x =$ _____

e) $10^x = 10\ 000$: $x =$ _____

2 Zwischen welchen ganzen Zahlen liegt die Lösung?

a) $2^x = 10$: Die Lösung liegt zwischen _____ ☐ 3 und 4 ☐ 7 und 8 ☐ 2 und 3

.

b) $3^x = 50$: Die Lösung liegt zwischen _____ ☐ 3 und 4 ☐ 7 und 8 ☐ 2 und 3

_____ .

c) $5^x = 300$: Die Lösung liegt zwischen _____ ☐ 2 und 3 ☐ 3 und 4 ☐ 7 und 8

_____ .

d) $2^x = 200$: Die Lösung liegt zwischen _____ ☐ 2 und 3 ☐ 3 und 4 ☐ 7 und 8

_____ .

e) $10^x = 5\ 000$: Die Lösung liegt zwischen _____ ☐ 3 und 4 ☐ 7 und 8 ☐ 2 und 3

_____ .

3 Berechne den Logarithmus im Kopf.

a) $\log_2(32) = \underline{\hspace{2cm}}$

b) $\log_3(27) = \underline{\hspace{2cm}}$

c) $\log_{10}(10\ 000) = \underline{\hspace{2cm}}$

d) $\log_5(5) = \underline{\hspace{2cm}}$

e) $\log_4(16) = \underline{\hspace{2cm}}$

Logarithmen, Wurzeln und Gleichungen

4 Berechne. Das Ergebnis kann null oder negativ sein.

a) $\log_2\left(\frac{1}{4}\right) = \underline{\hspace{2cm}}$

b) $\log_{10}(0,001) = \underline{\hspace{2cm}}$

c) $\log_3(1) = \underline{\hspace{2cm}}$

d) $\log_2\left(\frac{1}{16}\right) = \underline{\hspace{2cm}}$

e) $\log_5\left(\frac{1}{5}\right) = \underline{\hspace{2cm}}$

5 Berechne die Potenz mit Bruch im Exponenten.

a) $49^{\left(\frac{1}{2}\right)} = \underline{\hspace{2cm}}$

b) $125^{\left(\frac{1}{3}\right)} = \underline{\hspace{2cm}}$

c) $16^{\left(\frac{1}{4}\right)} = \underline{\hspace{2cm}}$

d) $27^{\left(\frac{2}{3}\right)} = \underline{\hspace{2cm}}$

e) $9^{\left(\frac{3}{2}\right)} = \underline{\hspace{2cm}}$

6

Löse die Exponentialgleichung. Steht ein Faktor vor der Potenz, teile zuerst durch ihn.

a) $3^x = 243$: $x =$ _____

b) $2 \cdot 3^x = 162$: $x =$ _____

c) $5 \cdot 2^x = 160$: $x =$ _____

d) $4^x = 4\,096$: $x =$ _____

e) $10 \cdot 2^x = 640$: $x =$ _____

Taschenrechner und Anwendungen

7 Löse mit dem Taschenrechner und runde auf eine Nachkommastelle.

a) $2^x = 10$: $x \approx$ _____

b) $3^x = 50$: $x \approx$ _____

c) $5^x = 100$: $x \approx$ _____

d) $1,5^x = 100$: $x \approx$ _____

8 Stimmt der Satz? Wenn nicht, schreibe ihn richtig auf.

a) $\log_2(8) = 4$ ☐ stimmt ☐ stimmt nicht

b) $\log_{10}(1\ 000) = 3$ ☐ stimmt ☐ stimmt nicht

c) $9^{\frac{1}{2}} = 4,5$ ☐ stimmt ☐ stimmt nicht

d) Aus $5 \cdot 2^x = 320$ folgt $2^x = 64$. ☐ stimmt ☐ stimmt nicht

Rechne und schreibe einen Antwortsatz.

- a) Eine Kultur hat 5 Zellen und verdoppelt sich jede Stunde. Nach wie vielen Stunden sind es erstmals mehr als 1 000 Zellen?

Antwort:

- b) 2 000 € werden mit 5 % pro Jahr verzinst. Nach wie vielen Jahren sind es erstmals mehr als 4 000 €?

Antwort:

- c) Von einem Stoff bleiben jeden Tag 80 % übrig. Nach wie vielen Tagen ist erstmals weniger als die Hälfte übrig?

Antwort:

- d) Erkläre in einem Satz, was $\log_3(81) = 4$ bedeutet.

Antwort:

Kannst du das schon?

Kreuze an, wie sicher du dich fühlst. Hier gibt es kein Richtig oder Falsch.

Ich kann ...	sicher	fast	noch nicht
Ich löse Exponentialgleichungen durch Probieren.	☐	☐	☐
Ich berechne Logarithmen.	☐	☐	☐
Ich löse $b^x = c$ mit dem Logarithmus.	☐	☐	☐
Ich schreibe Wurzeln als Potenzen.	☐	☐	☐

Tipp: Bei „noch nicht“ schau dir „Kurz erklärt“ vorne im Heft noch einmal an oder scanne den Code auf dem Deckblatt. Dann probierst du die Aufgaben noch einmal.

Lösungen

Erst selbst rechnen, dann vergleichen. Bei den Rechenaufgaben steht der Rechenweg dabei.

●○○ Basis: Probieren und einfache Logarithmen

1 Löse durch Probieren.

- a) $2^x = 16$: $x = 4$ b) $3^x = 27$: $x = 3$ c) $5^x = 25$: $x = 2$
d) $2^x = 128$: $x = 7$ e) $10^x = 10\,000$: $x = 4$

2 Zwischen welchen ganzen Zahlen liegt die Lösung?

- a) 3 und 4 b) 3 und 4 c) 3 und 4
d) 7 und 8 e) 3 und 4

3 Berechne den Logarithmus im Kopf.

- a) $\log_2(32) = 5$ b) $\log_3(27) = 3$ c) $\log_{10}(10\,000) = 4$
d) $\log_5(5) = 1$ e) $\log_4(16) = 2$

●●○ Standard: Logarithmen, Wurzeln und Gleichungen

4 Berechne. Das Ergebnis kann null oder negativ sein.

- a) $\log_2\left(\frac{1}{4}\right) = -2$ b) $\log_{10}(0,001) = -3$ c) $\log_3(1) = 0$
d) $\log_2\left(\frac{1}{16}\right) = -4$ e) $\log_5\left(\frac{1}{5}\right) = -1$

5 Berechne die Potenz mit Bruch im Exponenten.

- a) $49^{\left(\frac{1}{2}\right)} = 7$ b) $125^{\left(\frac{1}{3}\right)} = 5$ c) $16^{\left(\frac{1}{4}\right)} = 2$
d) $27^{\left(\frac{2}{3}\right)} = 9$ e) $9^{\left(\frac{3}{2}\right)} = 27$

6 Löse die Exponentialgleichung. Steht ein Faktor vor der Potenz, teile zuerst durch ihn.

- a) $3^x = 243$: $x = 5$ b) $2 \cdot 3^x = 162$: $x = 4$ c) $5 \cdot 2^x = 160$: $x = 5$
d) $4^x = 4\,096$: $x = 6$ e) $10 \cdot 2^x = 640$: $x = 6$

7 Löse mit dem Taschenrechner und runde auf eine Nachkommastelle.

a) $2^x = 10$: $x \approx 3,3$

b) $3^x = 50$: $x \approx 3,6$

c) $5^x = 100$: $x \approx 2,9$

d) $1,5^x = 100$: $x \approx 11,4$

8 Stimmt der Satz? Wenn nicht, schreibe ihn richtig auf.

a) Stimmt nicht. Richtig:
 $\log_2(8) = 3$, denn $2^3 = 8$.

b) Stimmt.

c) Stimmt nicht. Richtig: $9^{\frac{1}{2}} = 3$, denn die Wurzel aus 9 ist 3.

d) Stimmt.

9 Rechne und schreibe einen Antwortsatz.

a) Nach 8 Stunden (1 280 Zellen)

→ $5 \cdot 2^x = 1\,000$, also $2^x = 200$.

→ $x = \log(200) : \log(2) \approx 7,6$.

→ Probe: $5 \cdot 2^7 = 640$ (zu klein), $5 \cdot 2^8 = 1\,280$ (groß genug).

c) Nach 4 Tagen

→ Es gilt $0,8^t = 0,5$.

→ $t = \log(0,5) : \log(0,8) \approx 3,1$.

→ Probe: $0,8^3 = 0,512$ (noch mehr als 0,5), $0,8^4 \approx 0,41$ (weniger).

b) Nach 15 Jahren

→ Es gilt $1,05^t = 2$.

→ $t = \log(2) : \log(1,05) \approx 14,2$.

→ Probe: $1,05^{14} \approx 1,98$ (zu klein), $1,05^{15} \approx 2,08$ (groß genug).

d) Es bedeutet $3^4 = 81$: Der Exponent, mit dem man 3 potenzieren muss, um 81 zu erhalten, ist 4.

→ Der Logarithmus ist ein Exponent.

→ Die Basis ist 3 und das Ergebnis der Potenz ist 81.

→ Aus $\log_3(81) = 4$ wird $3^4 = 81$.