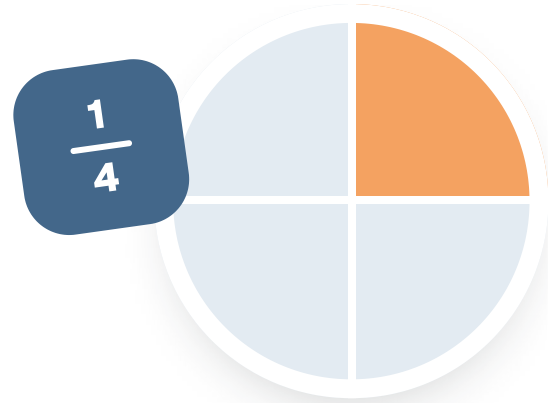




Übungsheft • Mathe • Klasse 10

Funktionen vergleichen und modellieren

Erklärungen, 40 Aufgaben in drei Stufen und alle
Lösungen mit Rechenweg.

Name _____

Datum _____

Das lernst du

- Ich ordne Terme und Tabellen einer Funktionsklasse zu.
- Ich vergleiche Eigenschaften von Funktionen.
- Ich werte Messreihen aus und finde den Funktionstyp.
- Ich wähle ein Modell begründet aus und nenne seine Grenzen.

So arbeitest du mit dem Heft

- **Basis** zum Einstieg
- **Standard** zum Üben
- **Plus** zum Weiterdenken

Du musst nicht alles machen.
Fang bei Basis an. Die Lösungen
stehen hinten im Heft.



Noch unsicher?

Scanne den Code. Dort wird das Thema Schritt für Schritt erklärt.

dysplus.de/lernen/realschule/klasse-10/mathe/funktionen-vergleichen-und-modellieren/funktionsklassen-im-ueberblick

Kurz erklärt

Merksatz: Linear: gleiche Differenzen. Quadratisch: gleiche zweite Differenzen. Exponentiell: gleiche Quotienten. Antiproportional: gleiches Produkt $x \cdot y$. Terme: linear $m \cdot x + b$, quadratisch $a \cdot x^2 + b \cdot x + c$, exponentiell $a \cdot b^x$. Eine lineare Funktion mit $m \neq 0$ hat genau eine Nullstelle.

Eigenschaften vergleichen

	linear	quadratisch	exponentiell
Nullstellen	eine	keine, eine oder zwei	keine
y-Achsenabschnitt	b	c	a
symmetrisch zur y-Achse	nein	ja bei $ax^2 + c$	nein

Messreihe auswerten

- 1 Messwerte: 40, 60, 90, 135.
- 2 Differenzen: 20, 30, 45. Nicht gleich.
- 3 Quotienten: 1,5; 1,5; 1,5.
- 4 Exponentiell: $f(x) = 40 \cdot 1,5^x$.

Begründung schreiben

1. Passung: kleine Abweichungen bei allen Messwerten.
2. Sachzusammenhang: Passt die Funktion zur Situation?
3. Ergebnis: Ich wähle dieses Modell.

Tipp: Bei Messwerten genügt „ungefähr gleich“. Prüfe den Term an allen Werten und nenne den Bereich, in dem das Modell gilt.

Typischer Fehler: Ein Modell, das zu den bisherigen Messwerten passt, muss nicht für neue Werte stimmen. Prüfe die Vorhersage und nenne die Grenzen.

Klassen erkennen und Werte berechnen

1 Welche Funktionsklasse ist es? Achte darauf, wo das x steht.

a) $y = 4x - 7$: ☐ antiproportional ☐ linear ☐ quadratisch ☐ exponentiell

b) $y = 0,5x^2 + 1$: ☐ exponentiell ☐ antiproportional ☐ linear ☐ quadratisch

c) $y = 3 \cdot 1,5^x$: ☐ linear ☐ quadratisch ☐ exponentiell ☐ antiproportional

d) $y = 36 : x$: ☐ antiproportional ☐ linear ☐ quadratisch ☐ exponentiell

e) $y = 2^x$: ☐ quadratisch ☐ exponentiell ☐ antiproportional ☐ linear

2 Berechne den Funktionswert.

a) $f(x) = 2x - 4$: $f(3) =$ _____

b) $g(x) = x^2 - 4$: $g(-3) =$ _____

c) $h(x) = 2^x$: $h(5) =$ _____

d) $k(x) = 12 : x$: $k(4) =$ _____

e) $m(x) = 3 \cdot 2^x$: $m(3) =$ _____

Eigenschaften und Messreihen

3 Bestimme die Nullstellen. Gib bei zwei Nullstellen zuerst die kleinere an.

- a) $f(x) = 2x - 4$: $x =$ _____
- b) $g(x) = x^2 - 9$: $x =$ _____ oder $x =$ _____
- c) $h(x) = 3 \cdot 2^x$: Anzahl der Nullstellen = _____
- d) $p(x) = x^2 - 6x + 8$: $x =$ _____ oder $x =$ _____

4 Ist der Graph symmetrisch zur y-Achse?

- a) $g(x) = x^2 - 4$: _____ ☐ ja ☐ nein
- b) $f(x) = 2x - 4$: _____ ☐ ja ☐ nein
- c) $h(x) = 2^x$: _____ ☐ ja ☐ nein
- d) $q(x) = 3x^2 + 1$: _____ ☐ ja ☐ nein

5 Werte die Messreihe aus.

- a) 20, 18, 16, 14, 12: Differenz = _____
- b) 40, 60, 90, 135: Quotient = _____
- c) 0, 5, 20, 45, 80: zweite Differenz = _____
- d) 2, 6, 18, 54: Quotient = _____
- e) 125, 100, 80, 64: Quotient = _____

Funktionstyp finden, Modelle prüfen

6 Welcher Typ passt zu den Messwerten ($x = 0$ bis 4)?

- a) 3,1; 5,9; 12,2; 23,8; 48,1: _____ ☐ linear ☐ quadratisch ☐ exponentiell
- b) 1,1; 2,0; 5,1; 9,9; 17,2: _____ ☐ exponentiell ☐ linear ☐ quadratisch
- c) 5,0; 7,1; 8,9; 11,1; 12,9: _____ ☐ linear ☐ quadratisch ☐ exponentiell
- d) 1,9; 4,1; 8,0; 15,9; 32,2: _____ ☐ quadratisch ☐ exponentiell ☐ linear

7 Stimmt der Satz? Wenn nicht, schreibe ihn richtig auf.

- a) Exponentialfunktionen $a \cdot b^x$ haben immer eine Nullstelle. ☐ stimmt ☐ stimmt nicht
-
- b) Bei gleichen Quotienten ist die Funktion exponentiell. ☐ stimmt ☐ stimmt nicht
-
- c) Ein Modell, das zu den Messwerten passt, gilt für alle x . ☐ stimmt ☐ stimmt nicht
-
- d) Der y-Achsenabschnitt von $h(x) = 2^x$ ist 1. ☐ stimmt ☐ stimmt nicht
-

8 Rechne und schreibe einen Antwortsatz.

- a) Algenfläche in cm^2 an den Tagen 0 bis 3: 10, 20, 41, 79. Begründe, ob $y = 10 \cdot 2^x$ oder $y = 10 + 23x$ besser passt.

Antwort:

- b) Ein Tank fasst 180 Liter. Eine Pumpe füllt 30 Liter pro Minute ein. Bis zu welcher Zeit gilt $f(t) = 30 \cdot t$?

Antwort:

- c) Das Modell $10 \cdot 2^x$ sagt für Tag 6 den Wert 640 voraus. Gemessen sind 380. Erkläre in zwei Sätzen, was das für das Modell bedeutet.

Antwort:

- d) Messreihe 0, 5, 20, 45, 80, 125. Welche Funktionsklasse passt? Gib den Term an.

Antwort:



Das Modell ist $y = 10 \cdot 2^x$. Berechne die Abweichung zwischen Modell und Messwert.

- a) Tag 2: Modell 40, Messwert 41: Abweichung = _____
- b) Tag 3: Modell 80, Messwert 79: Abweichung = _____
- c) Tag 4: Modell 160, Messwert 152: Abweichung = _____
- d) Tag 5: Modell 320, Messwert 300: Abweichung = _____
- e) Tag 6: Modell 640, Messwert 380: Abweichung = _____

Kannst du das schon?

Kreuze an, wie sicher du dich fühlst. Hier gibt es kein Richtig oder Falsch.

Ich kann ...	sicher	fast	noch nicht
Ich ordne Terme und Tabellen einer Funktionsklasse zu.	☐	☐	☐
Ich vergleiche Eigenschaften von Funktionen.	☐	☐	☐
Ich werte Messreihen aus und finde den Funktionstyp.	☐	☐	☐
Ich wähle ein Modell begründet aus und nenne seine Grenzen.	☐	☐	☐

Tipp: Bei „noch nicht“ schau dir „Kurz erklärt“ vorne im Heft noch einmal an oder scanne den Code auf dem Deckblatt. Dann probierst du die Aufgaben noch einmal.

Lösungen

Erst selbst rechnen, dann vergleichen. Bei den Rechenaufgaben steht der Rechenweg dabei.

●○○ Basis: Klassen erkennen und Werte berechnen

1 Welche Funktionsklasse ist es? Achte darauf, wo das x steht.

a) linear

→ x steht als Faktor, ohne Hochzahl.

b) quadratisch

→ x steht in der Basis mit Hochzahl 2.

c) exponentiell

→ x steht im Exponenten.

d) antiproportional

→ x steht im Nenner.

e) exponentiell

→ x steht im Exponenten, die Basis ist 2.

2 Berechne den Funktionswert.

a) $f(x) = 2x - 4$: $f(3) = 2$

b) $g(x) = x^2 - 4$: $g(-3) = 5$

c) $h(x) = 2^x$: $h(5) = 32$

d) $k(x) = 12 : x$: $k(4) = 3$

e) $m(x) = 3 \cdot 2^x$: $m(3) = 24$

●●○ Standard: Eigenschaften und Messreihen

3 Bestimme die Nullstellen. Gib bei zwei Nullstellen zuerst die kleinere an.

a) $f(x) = 2x - 4$: $x = 2$

b) $g(x) = x^2 - 9$: $x = -3$ oder
 $x = 3$

c) $h(x) = 3 \cdot 2^x$: Anzahl der
Nullstellen = 0

d) $p(x) = x^2 - 6x + 8$: $x = 2$
oder $x = 4$

4 Ist der Graph symmetrisch zur y -Achse?

a) ja

→ Es gilt $g(-x) = g(x)$.

b) nein

→ $f(3) = 2$, aber $f(-3) = -10$.

c) nein

→ $h(3) = 8$, aber $h(-3) = \frac{1}{8}$.

d) ja

→ $(-x)^2 = x^2$, also $q(-x) = q(x)$.

5 Werte die Messreihe aus.

- a) 20, 18, 16, 14, 12: Differenz = -2 b) 40, 60, 90, 135: Quotient = 1,5 c) 0, 5, 20, 45, 80: zweite Differenz = 10
- d) 2, 6, 18, 54: Quotient = 3 e) 125, 100, 80, 64: Quotient = 0,8

●●● Plus: Funktionstyp finden, Modelle prüfen

6 Welcher Typ passt zu den Messwerten ($x = 0$ bis 4)?

- a) **exponentiell**
→ Die Quotienten liegen nahe bei 2.
- b) **quadratisch**
→ Die zweiten Differenzen liegen nahe bei 2.
- c) **linear**
→ Die Differenzen liegen nahe bei 2.
- d) **exponentiell**
→ Die Quotienten liegen nahe bei 2.

7 Stimmt der Satz? Wenn nicht, schreibe ihn richtig auf.

- a) **Stimmt nicht. Richtig:** Exponentialfunktionen $a \cdot b^x$ haben keine Nullstelle.
- b) **Stimmt.**
- c) **Stimmt nicht. Richtig:** Ein Modell gilt nur in einem begrenzten Bereich.
- d) **Stimmt.**

8 Rechne und schreibe einen Antwortsatz.

- a) **$y = 10 \cdot 2^x$ passt besser: Abweichungen 0, 0, 1, 1 gegenüber 0, 13, 15, 0. Außerdem wächst die Fläche von Algen ungefähr mit festem Faktor.**
→ Modell 1: 10, 20, 40, 80. Abweichungen 0, 0, 1, 1.
→ Modell 2: 10, 33, 56, 79. Abweichungen 0, 13, 15, 0.
→ Sachzusammenhang: Algen vermehren sich durch Teilung, ihre Fläche wächst ungefähr mit festem Faktor.
- b) **Bis $t = 6$ Minuten**
→ $30 \cdot t = 180$.
→ $t = 180 : 30 = 6$.
→ Danach ist der Tank voll.
- c) **Das Modell weicht stark ab. Es gilt nur bis etwa Tag 5, danach bremsen zum Beispiel fehlender Platz oder fehlende Nahrung das Wachstum.**
→ Abweichung: $640 - 380 = 260$.
→ Die Abweichung ist sehr groß.
→ Das Modell gilt nur in einem begrenzten Bereich.
- d) **quadratisch, $y = 5x^2$**
→ Differenzen: 5, 15, 25, 35, 45.
→ Zweite Differenzen: 10, 10, 10, 10.
→ $5 \cdot x^2$ passt: $5 \cdot 25 = 125$.

9 Das Modell ist $y = 10 \cdot 2^x$. Berechne die Abweichung zwischen Modell und Messwert.

a) Tag 2: Modell 40,
Messwert 41: Abweichung
= 1

b) Tag 3: Modell 80,
Messwert 79: Abweichung
= 1

c) Tag 4: Modell 160,
Messwert 152:
Abweichung = 8

d) Tag 5: Modell 320,
Messwert 300:
Abweichung = 20

e) Tag 6: Modell 640,
Messwert 380:
Abweichung = 260