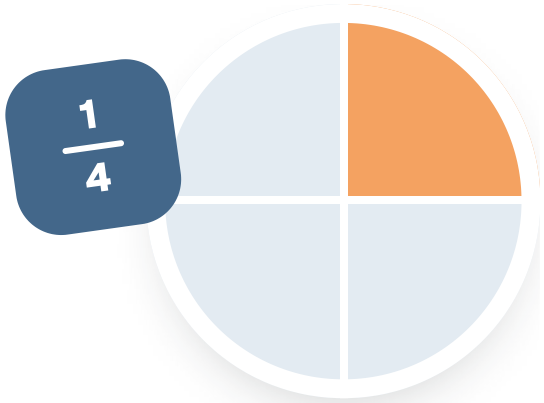
DYS+ Campus



Übungsheft · Mathe · Klasse 11

Funktionen verschieben, strecken, spiegeln

Erklärungen, 39 Aufgaben in drei Stufen und alle Lösungen mit Rechenweg.

Name _____ **Datum** _____

Das lernst du

- Ich verschiebe Graphen in x- und y-Richtung.
- Ich strecke und spiegle Graphen in beide Richtungen.
- Ich berechne Bildpunkte bei mehreren Transformationen.
- Ich lese Amplitude, Periode und Mittellinie einer Sinusfunktion ab.

So arbeitest du mit dem Heft

●○○ **Basis** zum Einstieg

●●○ **Standard** zum Üben

●●● **Plus** zum Weiterdenken

Du musst nicht alles machen. Fang bei Basis an. Die Lösungen stehen hinten im Heft.

Noch unsicher?

Scanne den Code. Dort wird das Thema Schritt für Schritt erklärt.

dysplus.de/lernen/gymnasium/klasse-11/mathe/funktionen-transformieren/parameter-erkunden

Kurz erklärt

Merksatz: f(x) = a · g(b · (x – c)) + d. Ein Punkt (u | v) von g wird zu (u/b + c | a · v + d). a < 0 spiegelt an der x-Achse, b < 0 an der y-Achse.

Wirkung der Parameter

Parameter	Wirkung
d	nach oben (d > 0) oder unten
c	nach rechts (c > 0) oder links
a	y-Richtung strecken oder stauchen
b	x-Richtung, mit Faktor 1/b

Bildpunkt von (2 | 4) bei f(x) = 2 · g(0,5 · (x – 3)) – 1

1. x-Wert: 2 : 0,5 + 3 = 7.
2. y-Wert: 2 · 4 – 1 = 7.
3. Bildpunkt (7 | 7).

Tipp: Sinus im Bogenmaß: 180° = π. Für f(x) = a · sin(b · (x – c)) + d gilt: Amplitude |a|, Periode 2π/b, Mittellinie y = d.

Typischer Fehler: (x + 3) verschiebt nach links, nicht nach rechts. g(2x) staucht auf die Hälfte, es streckt nicht auf das Doppelte.

●○○ Basis

Verschieben

1 Gib den Scheitelpunkt an. Die Ausgangsfunktion ist $g(x) = x^2$.

a) $f(x) = (x - 3)^2 + 1$. S(_____ | _____)

b) $f(x) = (x + 2)^2 - 4$. S(_____ | _____)

c) $f(x) = x^2 + 5$. S(_____ | _____)

d) $f(x) = (x + 6)^2 + 2$. S(_____ | _____)

2 Kreuze an.

a) $f(x) = g(x + 2)$ verschiebt den Graphen um 2 nach _____. ☐ **rechts** ☐ **links**

b) $f(x) = g(x - 5)$ verschiebt den Graphen um 5 nach _____. ☐ **links** ☐ **rechts**

c) $f(x) = g(x) + 4$ verschiebt den Graphen um 4 nach _____. ☐ **oben** ☐ **unten**

d) $f(x) = g(x) - 1$ verschiebt den Graphen um 1 nach _____. ☐ **oben** ☐ **unten**

3 Der Punkt P liegt auf dem Graphen von g. Gib den Bildpunkt von f an.

a) P(1 | 2), $f(x) = g(x - 2) + 3$. Bildpunkt (_____ | _____)

b) P(0 | 0), $f(x) = g(x + 1) - 2$. Bildpunkt (_____ | _____)

c) P(−3 | 4), $f(x) = g(x + 3) - 4$. Bildpunkt (_____ | _____)

●●○ Standard

Strecken, Spiegeln und Kombinieren

4 **Der Punkt Q(2 | 3) liegt auf g. Gib den Bildpunkt von f(x) = a · g(x) an.**

a) a = 2. Bildpunkt (_____ | _____)

b) a = −1. Bildpunkt (_____ | _____)

c) a = 0,5. Bildpunkt (_____ | _____)

d) a = −2. Bildpunkt (_____ | _____)

5 **g hat eine Nullstelle bei x = 6. Wo liegt die Nullstelle von f?**

a) f(x) = g(2x). x = _____

b) f(x) = g(3x). x = _____

c) f(x) = g(0,5x). x = _____

d) f(x) = g(−x). x = _____

6 **Kreuze an.**

a) Der Graph von g(4x) ist in x-Richtung _____. ☐ **gestreckt** ☐ **gestaucht**

b) Der Graph von g(0,2x) ist in x-Richtung _____. ☐ **gestreckt** ☐ **gestaucht**

c) Der Graph von −g(x) ist gespiegelt an der _____. ☐ **x-Achse** ☐ **y-Achse**

7 Gib den Funktionsterm an.

a) Der Graph von $g(x) = x^2$ wird um 3 nach links und um 2 nach unten verschoben.

Antwort:

b) Der Graph von $g(x) = x^3$ wird an der x-Achse gespiegelt und um 4 nach oben verschoben.

Antwort:

c) Eine Parabel hat den Scheitelpunkt $(2 \mid -1)$ und geht durch $(4 \mid 7)$. Gib $f(x) = a \cdot (x - 2)^2 - 1$ an.

Antwort:

8 $g(x) = x^2$. Berechne den Funktionswert.

a) $f(x) = 2 \cdot g(x - 1) + 3$. $f(3) =$ _____

b) $f(x) = -g(x + 2) + 4$. $f(0) =$ _____

c) $f(x) = g(2x) - 1$. $f(2) =$ _____

●●● Plus

Die allgemeine Sinusfunktion

9 Lies die Eigenschaften ab. Winkel stehen im Bogenmaß: 180° = π.

a) f(x) = 3 · sin(x). Amplitude _____, Höchstwert _____

b) f(x) = sin(4x). Periode = _____ · π (als Dezimalzahl)

c) f(x) = sin(x) + 2. Mittellinie y = _____, Tiefstwert _____

d) f(x) = 2 · sin(x – π) – 1. Höchstwert _____, Tiefstwert _____

10 Modell mit fiktiven Werten.

a) Modell: Die Temperatur in einem Raum ist T(t) = 6 · sin(π/12 · (t – 9)) + 15 (t in Stunden, T in °C). Gib Höchst- und Tiefstwert und die Periode an.

Antwort:

b) Modell: Ein Pendel schwingt mit s(t) = 10 · sin(π · t) (t in Sekunden, s in Zentimetern). Wie groß ist die Amplitude, wie lang ist die Periode?

Antwort:

11 **Stimmt der Satz? Wenn nicht, schreibe die richtige Fassung auf.**

a) $g(x + 3)$ verschiebt den Graphen um 3 nach rechts. ☐ **stimmt** ☐ **stimmt nicht**

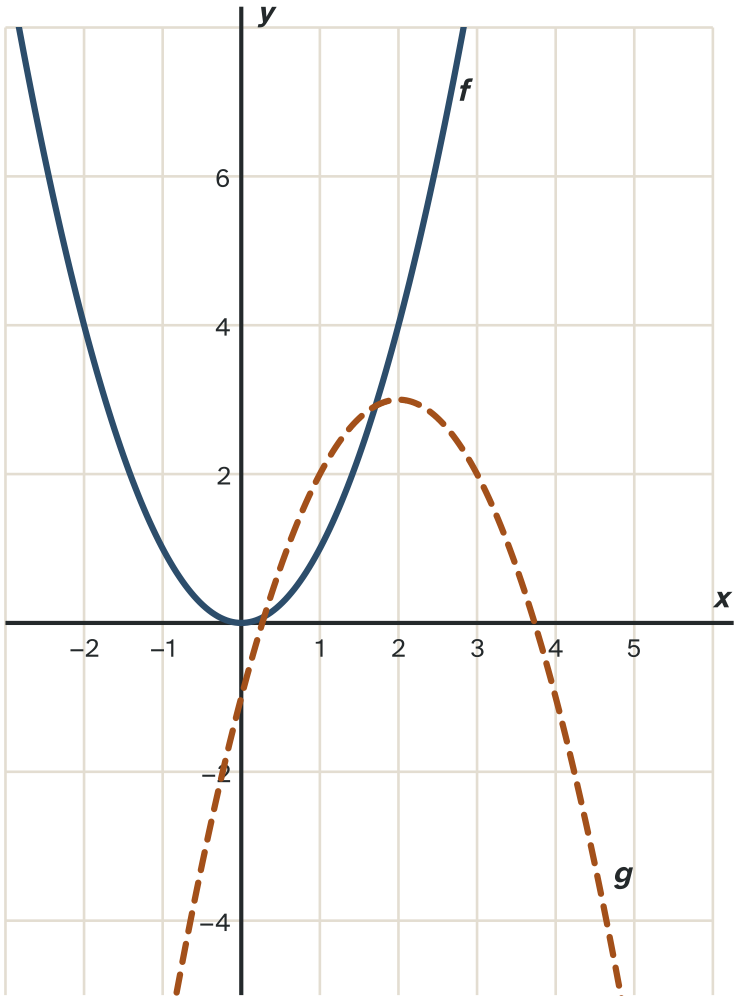
b) $g(2x)$ streckt den Graphen in x-Richtung auf das Doppelte. ☐ **stimmt** ☐ **stimmt nicht**

c) $-g(x)$ spiegelt den Graphen an der x-Achse. ☐ **stimmt** ☐ **stimmt nicht**

d) Die Periode von $\sin(3x)$ ist $2\pi/3$. ☐ **stimmt** ☐ **stimmt nicht**

12 **Lies am Graphen ab. Der durchgezogene Graph ist $f(x) = x^2$. Der gestrichelte Graph hat die Form $a \cdot (x - c)^2 + d$.**

a)



a = ☐ , c = ☐

☐ , d = ☐

Kannst du das schon?

Kreuze an, wie sicher du dich fühlst. Hier gibt es kein Richtig oder Falsch.

Ich kann …	sicher	fast	noch nicht
Ich verschiebe Graphen in x- und y-Richtung.	☐	☐	☐
Ich strecke und spiegle Graphen in beide Richtungen.	☐	☐	☐
Ich berechne Bildpunkte bei mehreren Transformationen.	☐	☐	☐
Ich lese Amplitude, Periode und Mittellinie einer Sinusfunktion ab.	☐	☐	☐

Tipp: Bei „noch nicht“ schau dir „Kurz erklärt“ vorne im Heft noch einmal an oder scanne den Code auf dem Deckblatt. Dann probierst du die Aufgaben noch einmal.

Lösungen

Erst selbst rechnen, dann vergleichen. Bei den Rechenaufgaben steht der Rechenweg dabei.

●○○ Basis: Verschieben

1 **Gib den Scheitelpunkt an. Die Ausgangsfunktion ist $g(x) = x^2$.**

a) **$f(x) = (x - 3)^2 + 1$. S(3 | 1)**

→ c = 3 nach rechts, d = 1 nach oben.

b) **$f(x) = (x + 2)^2 - 4$. S(−2 | −4)**

→ x + 2 = x − (−2), also c = −2.

c) **$f(x) = x^2 + 5$. S(0 | 5)**

d) **$f(x) = (x + 6)^2 + 2$. S(−6 | 2)**

2 **Kreuze an.**

a) **links**

→ x + 2 = x − (−2).

b) **rechts**

→ c = 5.

c) **oben**

→ d = 4.

d) **unten**

→ d = −1.

3 **Der Punkt P liegt auf dem Graphen von g. Gib den Bildpunkt von f an.**

a) **P(1 | 2), $f(x) = g(x - 2) + 3$. Bildpunkt (3 | 5)**

→ x: 1 + 2 = 3. y: 2 + 3 = 5.

b) **P(0 | 0), $f(x) = g(x + 1) - 2$. Bildpunkt (−1 | −2)**

c) **P(−3 | 4), $f(x) = g(x + 3) - 4$. Bildpunkt (−6 | 0)**

→ x: −3 − 3 = −6. y: 4 − 4 = 0.

●●○ Standard: Strecken, Spiegeln und Kombinieren

4 **Der Punkt Q(2 | 3) liegt auf g. Gib den Bildpunkt von $f(x) = a \cdot g(x)$ an.**

a) **a = 2. Bildpunkt (2 | 6)**

b) **a = −1. Bildpunkt (2 | −3)**

c) **a = 0,5. Bildpunkt (2 | 1,5)**

d) **a = −2. Bildpunkt (2 | −6)**

5 **g hat eine Nullstelle bei x = 6. Wo liegt die Nullstelle von f?**

a) **f(x) = g(2x). x = 3**

→ 2x = 6 ergibt x = 3.

b) **f(x) = g(3x). x = 2**

→ 3x = 6 ergibt x = 2.

c) **f(x) = g(0,5x). x = 12**

→ 0,5x = 6 ergibt x = 12.

d) **f(x) = g(–x). x = –6**

→ –x = 6 ergibt x = –6. Das ist die Spiegelung an der y-Achse.

6 **Kreuze an.**

a) **gestaucht**

→ Der Faktor wirkt als $\frac{1}{4}$.

b) **gestreckt**

→ Der Faktor wirkt als 1/0,2 = 5.

c) **x-Achse**

→ Die y-Werte wechseln das Vorzeichen.

7 **Gib den Funktionsterm an.**

a) **$f(x) = (x + 3)^2 - 2$**

→ Links um 3: x + 3 in der Klammer.

→ Unten um 2: –2 am Ende.

b) **$f(x) = -x^3 + 4$**

→ Spiegeln: $-g(x) = -x^3$.

→ Dann +4.

c) **$f(x) = 2 \cdot (x - 2)^2 - 1$**

→ $7 = a \cdot (4 - 2)^2 - 1 = 4a - 1$.

→ 4a = 8 ergibt a = 2.

8 **$g(x) = x^2$. Berechne den Funktionswert.**

a) **$f(x) = 2 \cdot g(x - 1) + 3$. f(3) = 11**

→ g(2) = 4. 2 · 4 + 3 = 11.

b) **$f(x) = -g(x + 2) + 4$. f(0) = 0**

→ g(2) = 4. –4 + 4 = 0.

c) **f(x) = g(2x) – 1. f(2) = 15**

→ g(4) = 16. 16 – 1 = 15.

●●● Plus: Die allgemeine Sinusfunktion

9 **Lies die Eigenschaften ab. Winkel stehen im Bogenmaß: 180° = π.**

a) **$f(x) = 3 \cdot \sin(x)$. Amplitude 3, Höchstwert 3**

b) **$f(x) = \sin(4x)$. Periode = 0,5 · π (als Dezimalzahl)**

→ $2\pi : 4 = 0{,}5 \cdot \pi$.

c) **$f(x) = \sin(x) + 2$. Mittellinie y = 2, Tiefstwert 1**

d) **$f(x) = 2 \cdot \sin(x - \pi) - 1$. Höchstwert 1, Tiefstwert –3**

→ Mittellinie –1, Amplitude 2: –1 + 2 = 1 und –1 – 2 = –3.

10 **Modell mit fiktiven Werten.**

a) **Höchstwert 21 °C, Tiefstwert 9 °C, Periode 24 Stunden**

→ Mittelwert 15, Amplitude 6: 15 + 6 = 21 und 15 − 6 = 9.

→ Periode: 2π : (π/12) = 24 Stunden.

b) **Amplitude 10 cm, Periode 2 Sekunden**

→ Amplitude |a| = 10.

→ Periode 2π : π = 2.

11 **Stimmt der Satz? Wenn nicht, schreibe die richtige Fassung auf.**

a) **Stimmt nicht. Richtig: Es ist eine Verschiebung um 3 nach links, denn x + 3 = x − (−3).**

b) **Stimmt nicht. Richtig: g(2x) staucht den Graphen in x-Richtung auf die Hälfte.**

c) **Stimmt.**

d) **Stimmt.**

12 **Lies am Graphen ab. Der durchgezogene Graph ist $f(x) = x^2$. Der gestrichelte Graph hat die Form $a \cdot (x - c)^2 + d$.**

a) **$a = -1$, $c = 2$, $d = 3$**