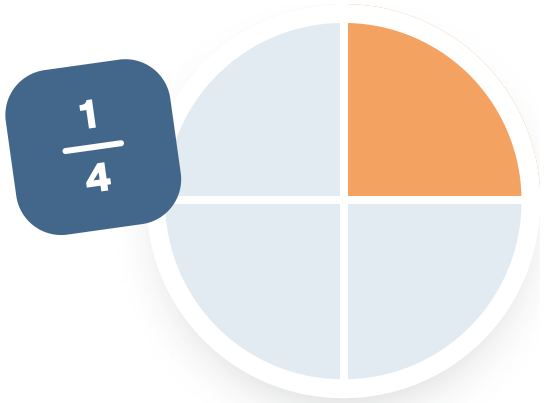
DYS+ Campus



Übungsheft · Mathe · Klasse 12

Daten erheben, auswerten und simulieren

Erklärungen, 36 Aufgaben in drei Stufen und alle Lösungen mit Rechenweg.

Name _____ **Datum** _____

Das lernst du

- Ich plane eine Erhebung und erkenne Verzerrungen.
- Ich berechne und deute Lage- und Streumaße und nutze das Summenzeichen.
- Ich beurteile Stichproben und Ausreißer.
- Ich beschreibe eine Simulation und prüfe Darstellungen kritisch.

So arbeitest du mit dem Heft

●○○ **Basis** zum Einstieg

●●○ **Standard** zum Üben

●●● **Plus** zum Weiterdenken

Du musst nicht alles machen. Fang bei Basis an. Die Lösungen stehen hinten im Heft.

Noch unsicher?

Scanne den Code. Dort wird das Thema Schritt für Schritt erklärt.

dysplus.de/lernen/gymnasium/klasse-12/mathe/daten-erheben-und-simulieren/eine-erhebung-planen

Kurz erklärt

Merksatz: Eine Erhebung braucht Fragestellung, Grundgesamtheit, Merkmal und Auswahl.

Standardabweichung

1. Mittelwert $\bar{x} = (1/n) \cdot \Sigma\, x_i$.
2. Abweichungen $x_i - \bar{x}$ quadrieren.
3. Varianz $s^2 = (1/n) \cdot \Sigma\, (x_i - \bar{x})^2$. Standardabweichung $s = \sqrt{s^2}$.

Die Maße

Maß	Bedeutung
Mittelwert	Summe durch Anzahl
Median	mittlerer Wert der geordneten Reihe
Spannweite	größter minus kleinster Wert
Standardabweichung	typischer Abstand zum Mittelwert

Tipp: Schreibe bei einer Simulation auf: Zuordnung der Zufallszahlen, eine Wiederholung, Anzahl der Wiederholungen, Auswertung.

Typischer Fehler: Gesamtwerte können täuschen, wenn die Gruppen verschieden zusammengesetzt sind. Ein Zusammenhang ist keine Ursache.

●○○ Basis

Erheben und Lagemaße

1 Ordne zu. Wähle das passende Wort.

a) Alle 480 Personen der Oberstufe sind die _____.

☐ **Stichprobe** ☐ **Grundgesamtheit**

b) Die 60 zufällig ausgewählten Personen sind die _____.

☐ **Grundgesamtheit** ☐ **Stichprobe**

c) Werden alle Personen befragt, spricht man von einer _____.

☐ **Vollerhebung** ☐ **Stichprobe**

d) Wenn jede Person dieselbe Chance auf Auswahl hat, ist es eine _____.

☐ **Zufallsstichprobe** ☐ **Freiwilligenumfrage**

2 Stimmt der Satz? Wenn nicht, schreibe die richtige Fassung auf.

a) Eine große Stichprobe ist immer repräsentativ.

☐ **stimmt** ☐ **stimmt nicht**

b) Die Frage „Findest du nicht auch, dass die Pausen zu kurz sind?“ ist neutral.

☐ **stimmt** ☐ **stimmt nicht**

c) Bei hohen Ausfällen kann das Ergebnis unsicher sein.

☐ **stimmt** ☐ **stimmt nicht**

3 Berechne Mittelwert und Spannweite.

a) Daten 12, 15, 18, 21, 24: Mittelwert = _____ , Spannweite = _____

b) Daten 3, 8, 5, 12, 7: Mittelwert = _____ , Spannweite = _____

c) Daten 2, 4, 4, 4, 5, 5, 7, 9: Mittelwert = _____ , Spannweite = _____

4 Berechne den Median. Ordne die Daten zuerst.

a) Daten 8, 3, 5, 12, 7: Median = _____

b) Daten 2, 4, 4, 4, 5, 5, 7, 9: Median = _____

●●○ Standard

Streuung, Summenzeichen und Stichproben

5 **Berechne die Standardabweichung (Mittelwert der quadrierten Abweichungen, dann die Wurzel).**

a) Daten 6, 6, 10, 10.

Antwort:

b) Daten 2, 4, 4, 4, 5, 5, 7, 9.

Antwort:

c) Daten 1, 3, 5, 7. Runde auf zwei Nachkommastellen.

Antwort:

6 Berechne die Summe.

a) $\sum_{i=1}^{4} (2i + 1) =$ _____

b) $\sum_{i=2}^{5} i^2 =$ _____

c) $\sum_{i=1}^{5} 3 =$ _____

d) $\sum_{i=3}^{6} i =$ _____

e) $\sum_{i=1}^{3} (x_i - 4)$ mit $x_1 = 2, x_2 = 4, x_3 = 6 =$ _____

7 Wähle die richtige Schreibweise.

a) Die Summe 1 + 4 + 9 + 16 + 25 schreibt man als $\sum_{i=1}^{5}$ _____. ☐ i^2 ☐ $2i$ ☐ i

b) Die Summe 3 + 6 + 9 + 12 schreibt man als $\sum_{i=1}^{4}$ _____. ☐ $3i$ ☐ i^3 ☐ $i + 3$

c) Der Mittelwert von $x_1, \ldots, x_n$ ist $(1/n) \cdot \sum_{i=1}^{n}$ _____. ☐ x_i^2 ☐ $(x_i - \bar{x})^2$ ☐ x_i

8 Ausreißer und Vergleich. Wähle die passende Aussage.

a) Ein einzelner sehr großer Wert verändert vor allem den _____. ☐ **Median** ☐ **Mittelwert**

b) Bei einem Ausreißer beschreibt oft der _____ die typische Größe besser. ☐ **Median** ☐ **Mittelwert**

c) Zwei Gruppen mit gleichem Mittelwert können sich in der _____ unterscheiden. ☐ **Streuung** ☐ **Anzahl der Mittelwerte**

9 **Rechne mit den Wartezeiten 5, 6, 6, 7, 8, 8, 30 Minuten (ausgedacht).**

a) Bestimme Mittelwert und Median.

Antwort:

b) Bestimme den Mittelwert ohne den Wert 30 und runde auf eine Nachkommastelle.

Antwort:

●●● Plus

Simulieren und kritisch prüfen

10 **Beschreibe die Simulation und rechne.**

a) Eine Münze wird dreimal geworfen. Wie viele von 1000 Wiederholungen mit „mindestens einmal Zahl“ erwartet man? Die Wahrscheinlichkeit ist $\frac{7}{8}$.

Antwort:

b) Wie ordnest du Zufallszahlen von 1 bis 10 zu, um eine Wahrscheinlichkeit von 40 % darzustellen?

Antwort:

c) In 5 Serien zu je 200 Wiederholungen gibt es 98, 104, 101, 107 und 100 Treffer. Wie groß ist die relative Häufigkeit in der ganzen Simulation in Prozent?

Antwort:

11 **Stimmt der Satz? Wenn nicht, schreibe die richtige Fassung auf.**

a) Zwei Simulationen mit derselben Beschreibung liefern genau dieselben Treffer.

☐ **stimmt** ☐ **stimmt nicht**

b) Mit mehr Wiederholungen liegt die relative Häufigkeit meist näher an der Wahrscheinlichkeit.

☐ **stimmt** ☐ **stimmt nicht**

12 **Prüfe die Aussagen mit Rechnungen. Alle Zahlen sind ausgedacht.**

a) Werkstatt X erledigt 19 von 20 einfachen und 32 von 80 schweren Fällen am selben Tag. Werkstatt Y erledigt 72 von 80 einfachen und 6 von 20 schweren Fällen. Berechne die Gesamtanteile in Prozent.

Antwort:

b) Warum ist Werkstatt X trotz des kleineren Gesamtanteils in beiden Gruppen besser? Antworte in zwei Sätzen.

Antwort:

c) Die Besucherzahl steigt von 40 auf 52. Berechne die Zunahme in Prozent.

Antwort:

Kannst du das schon?

Kreuze an, wie sicher du dich fühlst. Hier gibt es kein Richtig oder Falsch.

Ich kann …	sicher	fast	noch nicht
Ich plane eine Erhebung und erkenne Verzerrungen.	☐	☐	☐
Ich berechne und deute Lage- und Streumaße und nutze das Summenzeichen.	☐	☐	☐
Ich beurteile Stichproben und Ausreißer.	☐	☐	☐
Ich beschreibe eine Simulation und prüfe Darstellungen kritisch.	☐	☐	☐

Tipp: Bei „noch nicht“ schau dir „Kurz erklärt“ vorne im Heft noch einmal an oder scanne den Code auf dem Deckblatt. Dann probierst du die Aufgaben noch einmal.

Lösungen

Erst selbst rechnen, dann vergleichen. Bei den Rechenaufgaben steht der Rechenweg dabei.

●○○ Basis: Erheben und Lagemaße

1 **Ordne zu. Wähle das passende Wort.**

a) **Grundgesamtheit**

→ Über sie soll die Aussage gelten.

b) **Stichprobe**

→ Das ist der befragte Teil.

c) **Vollerhebung**

→ Es wird nichts ausgelassen.

d) **Zufallsstichprobe**

→ Die Auswahl erfolgt durch Zufall.

2 **Stimmt der Satz? Wenn nicht, schreibe die richtige Fassung auf.**

a) **Stimmt nicht. Richtig: Auch große Stichproben können verzerrt sein, wenn die Auswahl nicht zufällig ist.**

b) **Stimmt nicht. Richtig: Sie ist suggestiv. Neutral: „Wie beurteilst du die Länge der Pausen?“**

c) **Stimmt.**

3 **Berechne Mittelwert und Spannweite.**

a) **Daten 12, 15, 18, 21, 24: Mittelwert = 18, Spannweite = 12**

b) **Daten 3, 8, 5, 12, 7: Mittelwert = 7, Spannweite = 9**

c) **Daten 2, 4, 4, 4, 5, 5, 7, 9: Mittelwert = 5, Spannweite = 7**

4 **Berechne den Median. Ordne die Daten zuerst.**

a) **Daten 8, 3, 5, 12, 7: Median = 7**

b) **Daten 2, 4, 4, 4, 5, 5, 7, 9: Median = 4,5**

●●○ Standard: Streuung, Summenzeichen und Stichproben

5 **Berechne die Standardabweichung (Mittelwert der quadrierten Abweichungen, dann die Wurzel).**

a) **2**

→ Mittelwert: 32 : 4 = 8.

→ Abweichungen: −2, −2, 2, 2. Quadrate: 4, 4, 4, 4.

→ Mittelwert der Quadrate: 4. Wurzel: 2.

b) **2**

→ Mittelwert: 40 : 8 = 5.

→ Quadrate der Abweichungen: 9, 1, 1, 1, 0, 0, 4, 16. Summe 32.

→ 32 : 8 = 4. Wurzel: 2.

c) **2,24**

→ Mittelwert: 16 : 4 = 4.

→ Quadrate: 9, 1, 1, 9. Summe 20.

→ 20 : 4 = 5. Wurzel: $\sqrt{5} \approx 2{,}24$.

6 **Berechne die Summe.**

a) $\sum_{i=1}^{4} (2i + 1) = 24$

b) $\sum_{i=2}^{5} i^2 = 54$

c) $\sum_{i=1}^{5} 3 = 15$

d) $\sum_{i=3}^{6} i = 18$

e) $\sum_{i=1}^{3} (x_i - 4)$ mit $x_1 = 2$, $x_2 = 4$, $x_3 = 6 = 0$

7 **Wähle die richtige Schreibweise.**

a) i^2

→ Die Quadratzahlen 1, 4, 9, 16, 25 sind i^2 für i = 1 bis 5.

b) $3i$

→ 3 · 1 = 3, 3 · 2 = 6, 3 · 3 = 9, 3 · 4 = 12.

c) x_i

→ Der Mittelwert ist die Summe der Werte geteilt durch n.

8 **Ausreißer und Vergleich. Wähle die passende Aussage.**

a) **Mittelwert**

→ Jeder Wert geht in die Summe ein.

b) **Median**

→ Der Median hängt kaum vom Ausreißer ab.

c) **Streuung**

→ Gleiche Mitte heißt nicht gleiche Streuung.

9 **Rechne mit den Wartezeiten 5, 6, 6, 7, 8, 8, 30 Minuten (ausgedacht).**

a) **Mittelwert 10 Minuten, Median 7 Minuten.**

→ Summe: 70. 70 : 7 = 10.

→ Geordnet: 5, 6, 6, 7, 8, 8, 30. Der 4. Wert ist 7.

b) **6,7 Minuten.**

→ Summe ohne 30: 40.

→ 40 : 6 ≈ 6,7.

●●● Plus: Simulieren und kritisch prüfen

10 **Beschreibe die Simulation und rechne.**

a) **875 Wiederholungen.**

→ $\frac{7}{8} \cdot 1000 = 875$.

b) **Zum Beispiel: Treffer, wenn die Zahl 1, 2, 3 oder 4 ist.**

→ 40 % von 10 Zahlen sind 4 Zahlen.

c) **51 %.**

→ Treffer: 98 + 104 + 101 + 107 + 100 = 510.

→ Wiederholungen: 1000.

→ 510 : 1000 = 0,51.

11 **Stimmt der Satz? Wenn nicht, schreibe die richtige Fassung auf.**

a) **Stimmt nicht. Richtig: Zufallszahlen sind verschieden. Die Ergebnisse schwanken.**

b) **Stimmt.**

12 **Prüfe die Aussagen mit Rechnungen. Alle Zahlen sind ausgedacht.**

a) **X: 51 %, Y: 78 %.**

→ X: 19 + 32 = 51 von 100.

→ Y: 72 + 6 = 78 von 100.

b) **X bekommt viel mehr schwere Fälle. Schwere Fälle werden seltener am selben Tag fertig und senken den Gesamtanteil von X.**

→ Zusammensetzung der Gruppen vergleichen.

→ 80 schwere Fälle bei X, 20 bei Y.

c) **30 %.**

→ Zuwachs: 12.

→ 12 : 40 = 0,3.