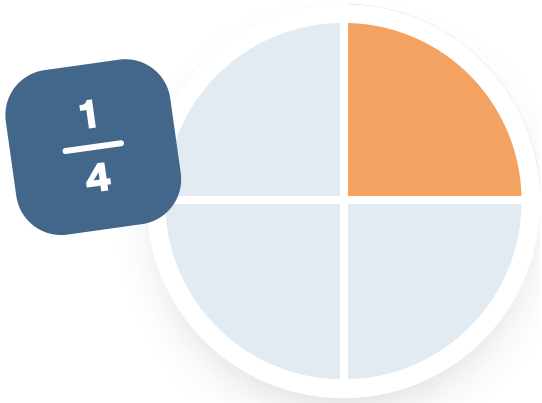
DYS+ Campus



Übungsheft · Mathe · Klasse 13

Prognose- und Konfidenzintervalle

Erklärungen, 25 Aufgaben in drei Stufen und alle Lösungen mit Rechenweg.

Name _____ **Datum** _____

Das lernst du

- Ich nenne die σ-Regeln und prüfe die Bedingung σ > 3.
- Ich bestimme Prognoseintervalle für absolute und relative Häufigkeiten.
- Ich bestimme und deute Konfidenzintervalle und schätze den nötigen Stichprobenumfang ab.

So arbeitest du mit dem Heft

●○○ **Basis** zum Einstieg

●●○ **Standard** zum Üben

●●● **Plus** zum Weiterdenken

Du musst nicht alles machen. Fang bei Basis an. Die Lösungen stehen hinten im Heft.

Noch unsicher?

Scanne den Code. Dort wird das Thema Schritt für Schritt erklärt.

dysplus.de/lernen/gymnasium/klasse-13/mathe/beurteilende-statistik/die-sigma-regeln

Kurz erklärt

Tipp: Dieses Heft gehört zu einem Thema, das vor allem für den Leistungskurs vorgesehen ist.

σ-Regeln

Intervall	Anteil
$\mu \pm 1\sigma$	68,3 %
$\mu \pm 1{,}64\sigma$	90 %
$\mu \pm 1{,}96\sigma$	95 %
$\mu \pm 2\sigma$	95,4 %
$\mu \pm 2{,}58\sigma$	99 %
$\mu \pm 3\sigma$	99,7 %

Merksatz: Prognoseintervall (p bekannt): $\mu \pm c \cdot \sigma$. Konfidenzintervall (p unbekannt): $h \pm c \cdot \sqrt{h(1-h)/n}$. Nötiger Umfang für Länge L: $n \geq (c/L)^2$. Bedingung: $\sigma > 3$.

Konfidenzintervall für n = 400 und h = 0,3 (95 %)

1. $\sqrt{(0{,}3 \cdot 0{,}7/400)} \approx 0{,}02291$.
2. $1{,}96 \cdot 0{,}02291 \approx 0{,}04491$.
3. $[0{,}3 - 0{,}04491;\ 0{,}3 + 0{,}04491] \approx [0{,}255;\ 0{,}345]$.

Typischer Fehler: Das Konfidenzniveau 95 % beschreibt das Verfahren, nicht die Wahrscheinlichkeit, dass p in einem fertigen Intervall liegt.

●○○ Basis

σ-Regeln

1 Ergänze die Anteile in Prozent.

a) μ ± σ: etwa _____ %

b) μ ± 2σ: etwa _____ %

c) μ ± 3σ: etwa _____ %

2 Ergänze den Faktor c.

a) Für 90 % gilt c = _____

b) Für 95 % gilt c = _____

c) Für 99 % gilt c = _____

3 Kreuze an: Sind die σ-Regeln anwendbar?

a) n = 100, p = 0,5 (σ = 5): Die Regeln sind _____. ☐ **anwendbar** ☐ **nicht anwendbar**

b) n = 50, p = 0,02 (σ ≈ 0,99): Die Regeln sind _____. ☐ **nicht anwendbar** ☐ **anwendbar**

c) n = 200, p = 0,1 (σ ≈ 4,24): Die Regeln sind _____. ☐ **anwendbar** ☐ **nicht anwendbar**

d) n = 36, p = 0,5 (σ = 3): Die Regeln sind _____. ☐ **anwendbar** ☐ **nicht anwendbar**

●●○ Standard

Prognoseintervalle

4 Gib die Grenzen an (nicht gerundet).

a) n = 400, p = 0,5 (μ = 200, σ = 10), 95 %: von _____ bis _____

b) n = 225, p = 0,2 (μ = 45, σ = 6), 90 %: von _____ bis _____

5 Bestimme das Prognoseintervall und runde die Grenzen nach außen.

a) n = 500, p = 0,08 (Modell), Sicherheit 95 %. Gib das Intervall für die absolute und die relative Häufigkeit an.

Antwort:

b) n = 100, p = 0,5, Sicherheit 99 %. Gib das Intervall für die absolute Häufigkeit an.

Antwort:

6 **Stimmt der Satz? Wenn nicht, schreibe die richtige Fassung auf.**

a) Ein Prognoseintervall wird für ein bekanntes p berechnet.

☐ **stimmt** ☐ **stimmt nicht**

---

b) Bei höherer Sicherheit wird das Prognoseintervall schmaler.

☐ **stimmt** ☐ **stimmt nicht**

---

c) Liegt ein Ergebnis außerhalb des 95-%-Prognoseintervalls, ist p bewiesen falsch.

☐ **stimmt** ☐ **stimmt nicht**

●●● Plus

Konfidenzintervalle und Stichprobenumfang

7 **Bestimme das 95-%-Konfidenzintervall und runde die Grenzen nach außen auf drei Nachkommastellen.**

a) n = 400, h = 0,3: von _____ bis _____

b) n = 100, h = 0,4: von _____ bis _____

8 **Rechne und deute. Alle Werte sind ausgedacht (Modell).**

a) Bei einer Umfrage mit n = 625 sagen 125 Personen „Ja“. Bestimme das 95-%-Konfidenzintervall.

Antwort:

b) Wie viele Personen muss man mindestens befragen, damit das 95-%-Konfidenzintervall höchstens die Länge 0,03 hat (Abschätzung mit $h \cdot (1 - h) \leq \frac{1}{4}$)?

Antwort:

c) Das Konfidenzintervall der Umfrage lautet [0,168; 0,232]. Formuliere eine richtige Aussage mit dem Konfidenzniveau.

Antwort:

9 Stimmt der Satz? Wenn nicht, schreibe die richtige Fassung auf.

a) Ein größerer Stichprobenumfang macht das Konfidenzintervall bei gleichem Niveau schmaler.

☐ **stimmt** ☐ **stimmt nicht**

b) Halbiert man die gewünschte Länge, braucht man doppelt so viele Daten.

☐ **stimmt** ☐ **stimmt nicht**

c) Das Konfidenzintervall liegt um die Stichprobenhäufigkeit h.

☐ **stimmt** ☐ **stimmt nicht**

Kannst du das schon?

Kreuze an, wie sicher du dich fühlst. Hier gibt es kein Richtig oder Falsch.

Ich kann …	sicher	fast	noch nicht
Ich nenne die σ-Regeln und prüfe die Bedingung $\sigma > 3$.	☐	☐	☐
Ich bestimme Prognoseintervalle für absolute und relative Häufigkeiten.	☐	☐	☐
Ich bestimme und deute Konfidenzintervalle und schätze den nötigen Stichprobenumfang ab.	☐	☐	☐

Tipp: Bei „noch nicht“ schau dir „Kurz erklärt“ vorne im Heft noch einmal an oder scanne den Code auf dem Deckblatt. Dann probierst du die Aufgaben noch einmal.

Lösungen

Erst selbst rechnen, dann vergleichen. Bei den Rechenaufgaben steht der Rechenweg dabei.

●○○ Basis: σ-Regeln

1 **Ergänze die Anteile in Prozent.**

a) **μ ± σ: etwa 68,3 %** **b)** **μ ± 2σ: etwa 95,4 %** **c)** **μ ± 3σ: etwa 99,7 %**

2 **Ergänze den Faktor c.**

a) **Für 90 % gilt c = 1,64** **b)** **Für 95 % gilt c = 1,96** **c)** **Für 99 % gilt c = 2,58**

3 **Kreuze an: Sind die σ-Regeln anwendbar?**

a) **anwendbar**

→ σ > 3.

b) **nicht anwendbar**

→ σ < 3.

c) **anwendbar**

→ σ > 3.

d) **nicht anwendbar**

→ Die Bedingung heißt σ > 3, nicht σ ≥ 3.

●●○ Standard: Prognoseintervalle

4 **Gib die Grenzen an (nicht gerundet).**

a) **n = 400, p = 0,5 (μ = 200, σ = 10), 95 %: von 180,4 bis 219,6**

→ 1,96 · 10 = 19,6. 200 ± 19,6.

b) **n = 225, p = 0,2 (μ = 45, σ = 6), 90 %: von 35,16 bis 54,84**

→ 1,64 · 6 = 9,84. 45 ± 9,84.

5 **Bestimme das Prognoseintervall und runde die Grenzen nach außen.**

a) **[28; 52] und [0,056; 0,104]**

→ μ = 40; σ = √36,8 ≈ 6,07 > 3.

→ 1,96 · 6,07 ≈ 11,89. [28,11; 51,89], nach außen [28; 52].

→ Relativ: $\frac{28}{500}$ = 0,056 und $\frac{52}{500}$ = 0,104.

b) **[37; 63]**

→ μ = 50; σ = 5.

→ 2,58 · 5 = 12,9. [37,1; 62,9].

→ Nach außen: [37; 63].

6 **Stimmt der Satz? Wenn nicht, schreibe die richtige Fassung auf.**

a) **Stimmt.**

b) **Stimmt nicht. Richtig: Bei höherer Sicherheit wird es breiter, weil c größer ist.**

c) **Stimmt nicht. Richtig: Auch bei richtigem p liegt ein Ergebnis mit etwa 5 % Wahrscheinlichkeit außerhalb. Es ist nur auffällig.**

●●● Plus: Konfidenzintervalle und Stichprobenumfang

7 **Bestimme das 95-%-Konfidenzintervall und runde die Grenzen nach außen auf drei Nachkommastellen.**

a) **n = 400, h = 0,3: von 0,255 bis 0,345**

→ Halbbreite ≈ 0,04491.

b) **n = 100, h = 0,4: von 0,303 bis 0,497**

→ Halbbreite ≈ 0,09602.

8 **Rechne und deute. Alle Werte sind ausgedacht (Modell).**

a) **[0,168; 0,232]**

→ $h = \frac{125}{625} = 0{,}2$.

→ $\sqrt{(0{,}2 \cdot 0{,}8/625)} = \sqrt{0{,}000256} = 0{,}016$.

→ $1{,}96 \cdot 0{,}016 = 0{,}03136$. [0,16864; 0,23136], nach außen gerundet [0,168; 0,232].

b) **n = 4269**

→ $n \geq (c/L)^2 = (1{,}96/0{,}03)^2$.

→ $1{,}96/0{,}03 \approx 65{,}33$; $65{,}33^2 \approx 4268{,}4$.

→ Aufrunden: 4269.

c) **Wir schätzen mit 95 % Konfidenzniveau, dass der Anteil zwischen 16,8 % und 23,2 % liegt.**

→ Das Verfahren liefert in etwa 95 % der Fälle ein Intervall, das den wahren Anteil enthält.

→ Nicht: „p liegt mit 95 % Wahrscheinlichkeit in diesem Intervall."

9 **Stimmt der Satz? Wenn nicht, schreibe die richtige Fassung auf.**

a) **Stimmt.**

b) **Stimmt nicht. Richtig: Man braucht viermal so viele Daten, weil $n \geq (c/L)^2$ gilt.**

c) **Stimmt.**